บทที่ 4
ความคล้าย

4.1 รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน

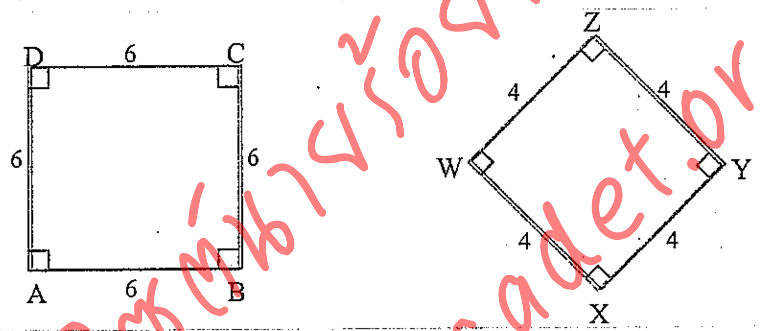
"เมื่อรูปเรขาคณิต A และรูปเรขาคณิต B เป็นรูปที่คล้ายกัน จะเขียนว่า รูปเรขาคณิต A ~ รูปเรขาคณิต B อ่านว่า รูปเรขาคณิต A <u>คล้ายกับ</u> รูปเรขาคณิต B"

บทนิยาม รูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้น มี
1. ขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ ๆ และ
2. อัตราส่วนของความยาวของด้าน คู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

แบบฝึกหัด 4.1

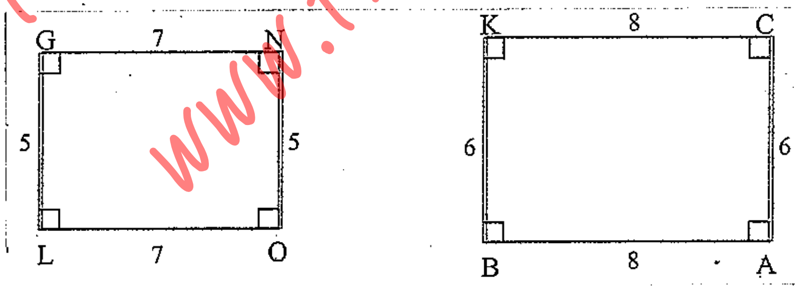
1. จากรูป รูปสี่เหลี่ยมในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



รูปสี่เหลี่ยม ABCD คล้ายกับ รูปสี่เหลี่ยม WXYZ
เพราะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส เหมือนกัน **ตอบ**

2)



รูปสี่เหลี่ยม GLON <u>ไม่คล้ายกับ</u> รูปสี่เหลี่ยม KBAC
เพราะอัตราส่วน ความกว้าง : ความยาว ของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป <u>ไม่เท่ากัน</u>

กล่าวคือ $\frac{\text{ความกว้าง}}{\text{ความยาว}}$ คือ $\frac{5}{7} \neq \frac{6}{8}$

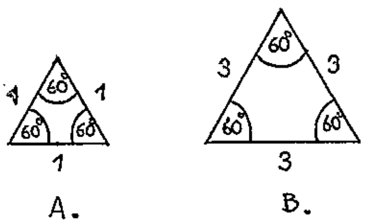
<u>ดูอย่างไรว่าไม่เท่ากัน</u> ? ให้ใช้การคูณไขว้

เช่น $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ เพราะ $\frac{2}{3} \times \frac{16}{24}$ (48) = (48)

แต่ $\frac{5}{7} \neq \frac{6}{8}$ เพราะ $\frac{5}{7} \times \frac{6}{8}$ (40) ≠ (42) **ตอบ**

2. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ



พิจารณา สามเหลี่ยมด้านเท่า A และ สามเหลี่ยมด้านเท่า B สังเกตว่า สามเหลี่ยมด้านเท่าทั้งสอง มีมุมทั้งสาม ของสามเหลี่ยม-แต่ละรูป กาง 60°

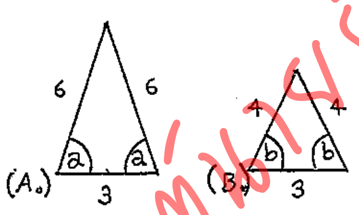
พิจารณาอัตราส่วน ด้านประกอบมุมยอดของ $\triangle A$ และ $\triangle B$

$\frac{1}{1} = \frac{3}{3}$ เพราะ $^{(3)}\frac{1}{1} \times \frac{3}{3}^{(3)}$

ดังนั้น สามเหลี่ยมด้านเท่า สองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน <u>ตอบ</u>

3. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>วิธีทำ</u> รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยม ที่มีมุมที่ฐานกางเท่ากัน และมีด้านประกอบมุมยอด ที่มีความยาวเท่ากัน



$a^\circ > b^\circ$

พิจารณา สามเหลี่ยมหน้าจั่ว A และ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว B สังเกตมุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่วทั้งสอง จะพบว่า $a^\circ \neq b^\circ$ เพราะ $a^\circ > b^\circ$

และความยาวของด้านประกอบมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว-ทั้งสอง ก็ไม่เท่ากัน เพราะ $6 \neq 4$ แต่ $6 > 4$

<u>ดังนั้น สามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปใดๆ ไม่เป็นรูปที่คล้ายกันเสมอไป</u>

<u>ตอบ</u>

4. รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>วิธีทำ</u> รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีอัตราส่วน ความกว้าง : ความยาว = 1
เพราะ ความกว้าง = ความยาว
ดังนั้น ไม่ว่าจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสรูปใดๆ ก็ตาม ล้วนเป็นรูปที่คล้ายกัน <u>ตอบ</u>

5. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>วิธีทำ</u> รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใดๆ มีมุมภายในแต่ละมุม ที่มีขนาดเท่ากันทั้ง 6 มุม กางมุมละ 120° นอกจากนี้ ด้านแต่ละด้าน ยังยาวเท่ากันอีกด้วย
ดังนั้น รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใดๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน <u>ตอบ</u>

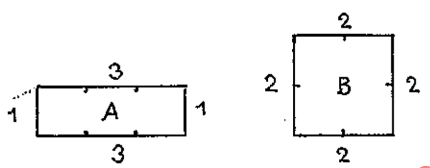
6. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าใดๆ ย่อมมีมุมภายในทุกมุม ที่มีขนาดเท่ากัน คือ 120°
เมื่อมุมภายในทุกมุม ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าใด ๆ มีขนาดเท่ากันแล้ว
ดังนั้น รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าสองรูปใด ๆ เป็นรูปที่คล้ายกัน

ตอบ

7. รูปสี่เหลี่ยมสองรูป ที่มีความยาวของเส้นรอบรูป เท่ากัน เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ พิจารณา สี่เหลี่ยม A และสี่เหลี่ยม B



สังเกตว่า รูปสี่เหลี่ยม A มีความยาวของเส้นรอบรูป ยาวเท่ากับ ความยาวของเส้นรอบรูป ของรูปสี่เหลี่ยม B

แต่ สี่เหลี่ยม A ไม่คล้ายกับ สี่เหลี่ยม B
เพราะ อัตราส่วนของ ความกว้าง : ความยาว ของสี่เหลี่ยมทั้งสองไม่เท่ากัน
กล่าวคือ $\frac{\text{ความกว้าง}}{\text{ความยาว}}$; $\underset{(A)}{\frac{1}{3}} \neq \underset{(B)}{\frac{2}{2}}$

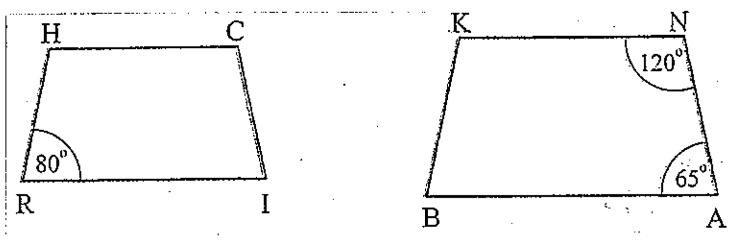
ตอบ

8. จากรูป $\square$RICH ~ $\square$BANK จงหาขนาดของมุมทุกมุมที่ไม่ได้ระบุไว้

วิธีทำ เนื่องจาก $\square$RICH ~ $\square$BANK
ดังนั้น $\hat{R} = \hat{B}$; $\hat{I} = \hat{A}$; $\hat{C} = \hat{N}$ และ $\hat{H} = \hat{K}$
ทำให้ เมื่อพิจารณาที่ $\square$RICH แล้ว $\hat{I} = \hat{A} = 65^\circ$
$\hat{C} = \hat{N} = 120^\circ$
และ จากคุณสมบัติของสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่ผลรวมของขนาดของมุมภายใน เท่ากับ 360°
ดังนั้น

$$\hat{R} + \hat{I} + \hat{C} + \hat{H} = 360^\circ$$
$$80^\circ + 65^\circ + 120^\circ + \hat{H} = 360^\circ$$
$$265^\circ + \hat{H} = 360^\circ$$
$$\hat{H} = 360^\circ - 265^\circ$$
$$\hat{H} = 95^\circ$$

เมื่อ $\hat{H} = \hat{K}$ ดังนั้น $\hat{K} = 95^\circ$
และ เมื่อพิจารณาแล้ว $\hat{B} = \hat{R} = 80^\circ$



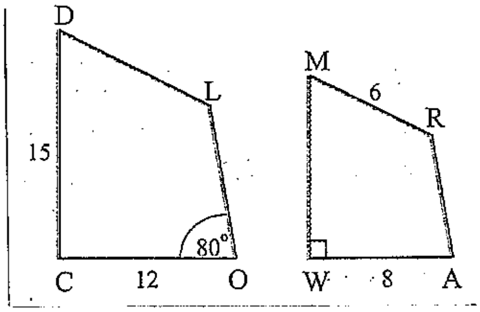
ตอบ

๙. จากรูป กำหนดให้ $\square$ COLD คล้ายกับ $\square$ WARM จงหา

1) ขนาดของ $\hat{C}$ และ $\hat{A}$

2) ความยาวของด้าน DL และความยาวของด้าน MW

3) อัตราส่วนของความยาว รอบรูป ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป



วิธีทำ 1) ขนาดของ $\hat{C}$ และ $\hat{A}$

เนื่อง $\square$ COLD ~ $\square$ WARM แล้ว

ดังนั้น $\hat{C} = \hat{W} = 90^\circ$

และ $\hat{A} = \hat{O} = 80^\circ$ ตอบ

2) ความยาวของด้าน DL และ ความยาวของด้าน MW

พิจารณาอัตราส่วน ของด้าน ต่าง ๆ ของสี่เหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน แล้ว

2.1) $\frac{CO}{CD} = \frac{WA}{MW}$

$\frac{12}{15} = \frac{8}{MW}$ ดังนั้น $MW = \frac{\cancel{15}^{5} \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{\cancel{3}_{1}}}$

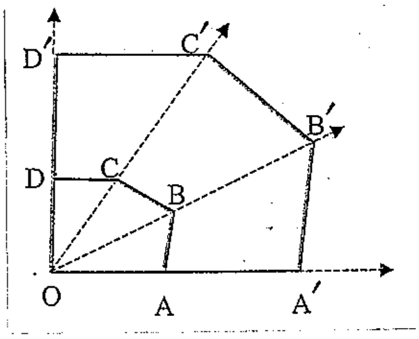
$MW = 10$ หน่วย

2.2) $\frac{CD}{DL} = \frac{MW}{MR}$

$\frac{15}{DL} = \frac{10}{6}$ ดังนั้น $DL = \frac{\cancel{15}^{3} \times \cancel{6}^{3}}{\cancel{10}_{\cancel{2}_{1}}}$ ทำให้ DL = 9 หน่วย

ตอบ

10. กำหนดรูปหลายเหลี่ยม OABCD ลาก $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ และ $\overrightarrow{OD}$ บน $\overrightarrow{OA}$ กำหนดจุด A' ที่ $OA' = 2(OA)$



ที่จุด A' ลาก $\overline{A'B'}$ // $\overline{AB}$ ตัด $\overrightarrow{OB}$ ที่จุด B'
ที่จุด B' ลาก $\overline{B'C'}$ // $\overline{BC}$ ตัด $\overrightarrow{OC}$ ที่จุด C'
ที่จุด C' ลาก $\overline{C'D'}$ // $\overline{CD}$ ตัด $\overrightarrow{OD}$ ที่จุด D'

รูป OABCD และรูป $OA'B'C'D'$ เป็นรูปที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>วิธีทำ</u> การจะพิจารณาว่า รูปหลายเหลี่ยม OABCD $\sim$ รูปหลายเหลี่ยม $OA'B'C'D'$ หรือไม่ สามารถพิจารณาได้ จากด้านที่ขนานกัน

กล่าวคือ $\dfrac{OD}{DC} = \dfrac{OD'}{D'C'}$ เพราะ $\triangle ODC$ คล้ายกับ $\triangle OD'C'$

$\dfrac{OC}{CB} = \dfrac{OC'}{C'B'}$ เพราะ $\triangle OCB$ คล้ายกับ $\triangle OC'B'$

และ $\dfrac{OB}{BA} = \dfrac{OB'}{B'A'}$ เพราะ $\triangle OBA$ คล้ายกับ $\triangle OB'A'$

ดังนั้น รูปหลายเหลี่ยม OABCD คล้ายกับ รูปหลายเหลี่ยม $OA'B'C'D'$ <u>ตอบ</u>

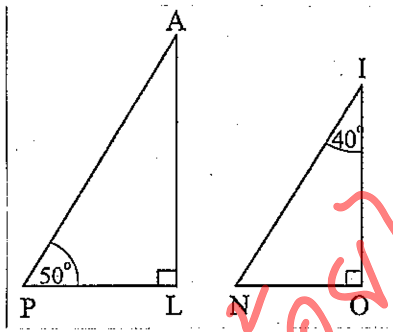
4.2 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

<u>บทนิยาม</u> : รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่

<u>แบบฝึกหัด 4.2 ก</u>

1. จากรูป รูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ต่อไปนี้ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



<u>วิธีทำ</u>

จากรูป ΔAPL และ ΔINO เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

เนื่องจากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมใด ๆ ที่ผลรวมของขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ของรูปสามเหลี่ยมใดๆ เท่ากับ 180°

พิจารณา ΔAPL ; $\hat{A} + \hat{P} + \hat{L} = 180^\circ$

$$\hat{A} + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$
$$\hat{A} + 140^\circ = 180^\circ$$
$$\therefore \hat{A} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

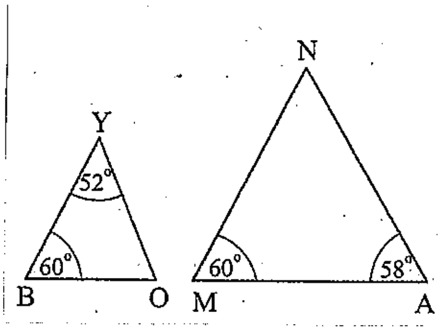
พิจารณา ΔINO ; $\hat{I} + \hat{N} + \hat{O} = 180^\circ$

$$40^\circ + \hat{N} + 90^\circ = 180^\circ$$
$$\hat{N} + 130^\circ = 180^\circ$$
$$\therefore \hat{N} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

จะเห็นว่า $\hat{A} = \hat{I}$, $\hat{P} = \hat{N}$, และ $\hat{L} = \hat{O}$ ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ ๆ สามคู่

ดังนั้น $\Delta APL \sim \Delta INO$ <u>ตอบ</u>

2)



<u>วิธีทำ</u> จากคุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมใดๆ

พิจารณา ΔYBO ; $\hat{Y} + \hat{B} + \hat{O} = 180^\circ$

$$52^\circ + 60^\circ + \hat{O} = 180^\circ$$

$$112^\circ + \hat{O} = 180^\circ$$

$$\hat{O} = 180^\circ - 112^\circ$$

$$\therefore \hat{O} = 68^\circ$$

พิจารณา ΔNMA ; $\hat{N} + \hat{M} + \hat{A} = 180^\circ$

$$\hat{N} + 60^\circ + 58^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{N} + 118^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{N} = 180^\circ - 118^\circ$$

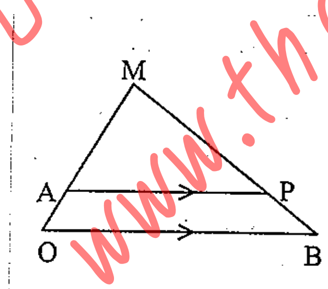
$$\therefore \hat{N} = 62^\circ$$

เนื่องจาก $\hat{B} = \hat{M}$ แต่ $\hat{Y} \neq \hat{N}$ และ $\hat{Y} \neq \hat{A}$

รวมทั้ง $\hat{N} \neq \hat{O}$

ดังนั้น สามเหลี่ยมสองรูปนี้ ไม่คล้ายกัน <u>ตอบ</u>

3)



<u>วิธีทำ</u> พิจารณา ΔMAP และ ΔMOB

เนื่องจาก $\overline{AP} \,//\, \overline{OB}$

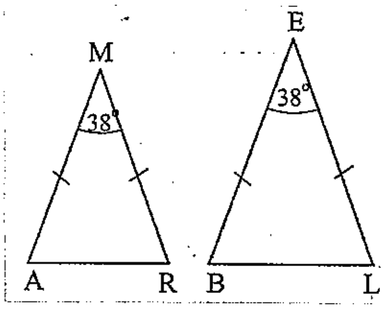
ดังนั้น $M\hat{A}P = M\hat{O}B$ และ $M\hat{P}A = M\hat{B}O$

ดังนั้น เมื่อพิจารณา ΔMAP และ ΔMOB แล้ว

$A\hat{M}P = O\hat{M}B$, $M\hat{A}P = M\hat{O}B$, และ $M\hat{P}A = M\hat{B}O$

ดังนั้น $\Delta MAP \sim \Delta MOB$ <u>ตอบ</u>

4)



<u>วิธีทำ</u> พิจารณา ΔMAR และ ΔEBL

ΔMAR ; เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมี $\overline{MA}$ ยาวเท่ากับ $\overline{MR}$

ดังนั้น $M\hat{A}R = M\hat{R}A$

$$A\hat{M}R + M\hat{A}R + M\hat{R}A = 180^\circ$$
$$A\hat{M}R + 2M\hat{A}R = 180^\circ \quad \text{เนื่องจาก } M\hat{A}R = M\hat{R}A$$
$$38^\circ + 2M\hat{A}R = 180^\circ$$
$$\therefore M\hat{A}R = \frac{180^\circ - 38^\circ}{2} = \frac{142^\circ}{2} = 71^\circ$$

ดังนั้น $M\hat{A}R = M\hat{R}A = 71^\circ$

ΔEBL ; เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมี EB ยาวเท่ากับ EL

ดังนั้น $E\hat{B}L = E\hat{L}B$

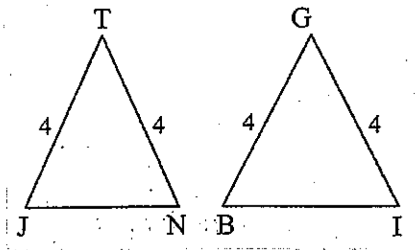
$$B\hat{E}L + E\hat{B}L + E\hat{L}B = 180^\circ$$
$$B\hat{E}L + 2E\hat{B}L = 180^\circ \quad \text{เนื่องจาก } E\hat{B}L = E\hat{L}B$$
$$38^\circ + 2E\hat{B}L = 180^\circ$$
$$\therefore E\hat{B}L = \frac{180^\circ - 38^\circ}{2} = \frac{142^\circ}{2} = 71^\circ$$

ดังนั้น $E\hat{B}L = E\hat{L}B = 71^\circ$

เมื่อพิจารณาสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทั้งสองรูปแล้ว $A\hat{M}R = B\hat{E}L$, $M\hat{A}R = E\hat{B}L$, และ $M\hat{R}A = E\hat{L}B$

ดังนั้น $\Delta MAR \sim \Delta EBL$ <u>ตอบ</u>

5)



<u>วิธีทำ</u> พิจารณา $\triangle TJN$ และ $\triangle GBI$

$\triangle TJN$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ TJ ยาวเท่ากับ TN เท่ากับ 4 หน่วย

ดังนั้น $T\hat{J}N = T\hat{N}J$

$\triangle GBI$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เช่นกัน เพราะ ~~BG~~ ยาวเท่ากับ GI เท่ากับ 4 หน่วย

ดังนั้น $G\hat{B}I = G\hat{I}B$

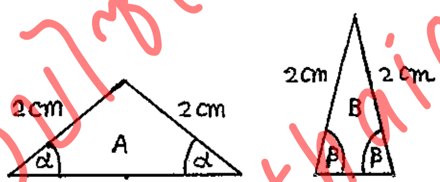
แม้ว่า TJ จะยาวเท่ากับ GB คือ 4 หน่วย

และ TN จะยาวเท่ากับ GI คือ 4 หน่วย เช่นกัน

แต่ $\triangle TJN$ ไม่คล้ายกับ $\triangle GBI$

เนื่องจาก $\hat{T} \neq \hat{G}$, $\hat{J} \neq \hat{B}$ และ $\hat{N} \neq \hat{I}$

★ อาจสงสัยว่า สามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูป ที่มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน เหตุใด จึงไม่คล้ายกัน พิจารณา สามเหลี่ยมสองรูป ต่อไปนี้



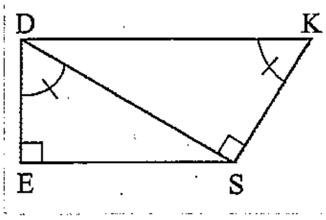
$\triangle A$ และ $\triangle B$ ต่างก็มีด้านประกอบมุมยอด ยาวเท่ากัน คือ 2 cm

แต่ เพราะมุมที่ฐาน ของ $\triangle A \neq$ มุมที่ฐานของ $\triangle B$

เพราะ $\hat{\alpha} \neq \hat{\beta}$ เพราะ $\hat{\alpha} < \hat{\beta}$

ทำให้ สามเหลี่ยมหน้าจั่วทั้งสองรูป ไม่คล้ายกัน <u>ตอบ</u>

6)



<u>วิธีทำ</u> พิจารณา $\triangle DES$ และ $\triangle DKS$

เนื่องจาก $D\hat{E}S = D\hat{S}K$ และ $E\hat{D}S = S\hat{K}D$

เมื่อพิจารณา แล้ว ว่า ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใดๆ รวมกัน เท่ากับ 180°

ดังนั้น $D\hat{E}S + E\hat{S}D + E\hat{D}S = D\hat{S}K + S\hat{K}D + S\hat{D}K$

โดยที่ $D\hat{E}S = D\hat{S}K = 90^\circ$

และ $E\hat{D}S = S\hat{D}K$

ดังนั้น $\underbrace{D\hat{E}S - D\hat{S}K}_{0} + \underbrace{E\hat{D}S - S\hat{D}K}_{0} + E\hat{S}D = S\hat{K}D$ (ย้ายข้างสมการ)

$0 + 0 + E\hat{S}D = S\hat{K}D$

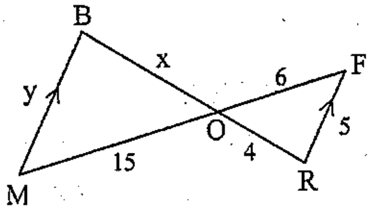
ทำให้ $E\hat{S}D = S\hat{K}D$

เมื่อ $\triangle DES$ และ $\triangle DKS$ มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ แล้ว

$\triangle DES \sim \triangle DKS$ <u>ตอบ</u>

2. จากรูป จงหาค่า x และ y

1)



จากรูป $\Delta BMO \sim \Delta RFO$

ดังนั้น $\frac{BM}{MO} = \frac{FR}{FO}$

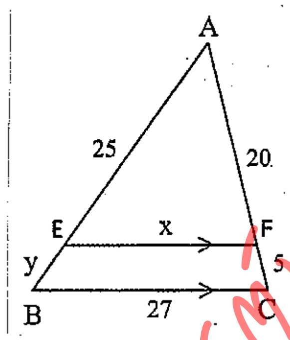
$\frac{y}{15} = \frac{5}{6}$ ดังนั้น $y = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \times 5}{\cancel{6}_{2}} = \frac{25}{2} = 12.5$

และ $\frac{BO}{MO} = \frac{RO}{FO}$

$\frac{x}{15} = \frac{4}{6}$ ดังนั้น $x = \frac{15 \times 4}{6} = \frac{60}{6} = 10$

ดังนั้น $x = 10$ และ $y = 12.5$ ตอบ

2)



จากรูป $\Delta ABC \sim \Delta AEF$

ดังนั้น $\frac{AF}{EF} = \frac{AC}{BC}$

$\frac{20}{x} = \frac{20+5}{27}$

$\frac{20}{x} = \frac{25}{27}$ ดังนั้น $x = \frac{\overset{4}{\cancel{20}} \times 27}{\cancel{25}_{5}} = \frac{108}{5}$

และ $\frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC}$

$\frac{25}{\left(\frac{108}{5}\right)} = \frac{AB}{27}$ ดังนั้น $AB = \frac{25 \times 27}{\left(\frac{108}{5}\right)}$

$= \frac{25 \times \overset{1}{\cancel{27}} \times 5}{\cancel{108}\,4}$

$= \frac{125}{4}$

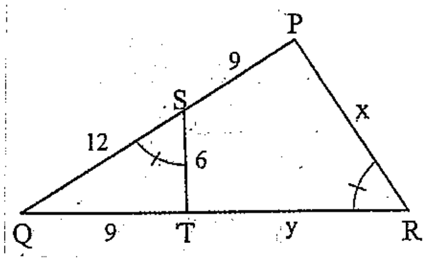
เนื่องจาก $AB = AE + EB = \frac{125}{4}$

$25 + EB = \frac{125}{4}$

ดังนั้น $y = EB = \frac{125}{4} - 25 = \frac{125 - 100}{4} = \frac{25}{4}$

จะได้ $x = \frac{108}{5}$ และ $y = \frac{25}{4}$ ตอบ

3)



จากรูป $\triangle QST \sim \triangle QRP$

ดังนั้น $\frac{QT}{ST} = \frac{QP}{PR}$

$$\frac{9}{6} = \frac{QS + SP}{x} = \frac{12+9}{x}$$

จะได้ $x = \frac{\cancel{6}^{2} \times \cancel{21}^{7}}{\cancel{9}\,\cancel{3}\,1} = 14$

และ $\frac{QS}{ST} = \frac{QR}{PR}$

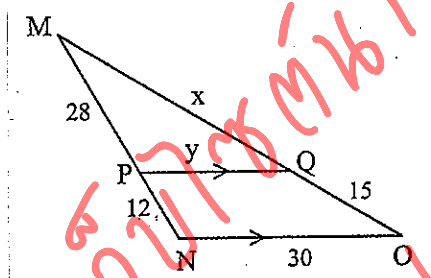
$$\frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{6}_{1}} = \frac{QT + TR}{x}$$

$$2 = \frac{9+y}{14}$$

ดังนั้น $y = \frac{2 \times 14}{9} = \frac{28}{9}$

ทำให้ทราบว่า $x = 14$ และ $y = \frac{28}{9}$ ตอบ

4)



จากรูป $\triangle MPQ \sim \triangle MNO$

ดังนั้น $\frac{MP}{PQ} = \frac{MN}{NO}$

$$\frac{28}{y} = \frac{MP + PN}{30} = \frac{28+12}{30} = \frac{40}{30}$$

$$y = \frac{\cancel{28}^{7} \times 3\cancel{0}}{_{1}\cancel{4}\cancel{0}} = 21$$

และ $\frac{MQ}{PQ} = \frac{MO}{NO}$ โดย $MO = MQ + QO$

$$\frac{x}{21} = \frac{x+15}{30}$$

$$30x = 21(x+15) = 21x + 315$$

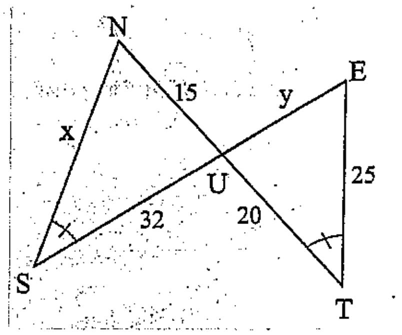
$$30x - 21x = 315$$

$$9x = 315$$

ดังนั้น $x = \frac{315}{9} = 35$

ทำให้ทราบว่า $x = 35$ และ $y = 21$ ตอบ

5)



จากรูป $\triangle SNU \sim \triangle TEU$

ดังนั้น $\dfrac{SN}{SU} = \dfrac{ET}{TU}$

$\dfrac{x}{32} = \dfrac{25}{20}$

$x = \dfrac{\cancel{32}^{8} \times \cancel{25}^{5}}{\cancel{20}\ \cancel{4}\ 1} = 40$

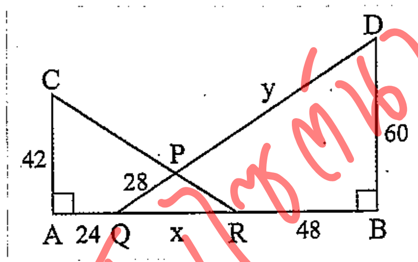
และ $\dfrac{SN}{NU} = \dfrac{TE}{EU}$

$\dfrac{40}{15} = \dfrac{25}{y}$

$y = \dfrac{15 \times \cancel{25}^{5}}{\cancel{40}\ 8} = \dfrac{75}{8}$

จะได้ $x = 40$ และ $y = \dfrac{75}{8}$ <u>ตอบ</u>

6)



จากรูป $\triangle CAR \sim \triangle DBQ$

ดังนั้น $\dfrac{CA}{AR} = \dfrac{DB}{BQ}$

$\dfrac{42}{AQ + QR} = \dfrac{60}{BR + RQ}$

$\dfrac{42}{24 + x} = \dfrac{60}{48 + x}$

$42(48 + x) = 60(24 + x)$

$2,016 + 42x = 1440 + 60x$

$2,016 - 1,440 = 60x - 42x$

$576 = 18x$

ดังนั้น $x = \dfrac{576}{18} = 32$

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ; $DQ^2 = DB^2 + BQ^2$

$DQ^2 = 60^2 + (48 + x)^2$ โดย $x = 32$

$= 3,600 + (48 + 32)^2 = 3,600 + 80^2$

$= 3,600 + 6,400 = 10,000$

$DQ = \sqrt{10,000} = 100$

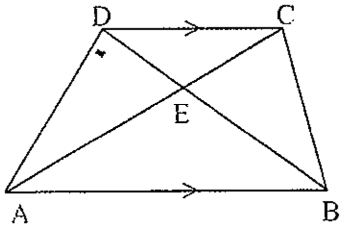
เนื่องจาก $DQ = DP + PQ$

$100 = y + 28$

ดังนั้น $y = 100 - 28 = 72$

จะได้ $x = 32$ และ $y = 72$ <u>ตอบ</u>

3.



กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู AC และ BD ตัดกันที่จุด E มีรูปสามเหลี่ยมคู่ใดบ้างที่คล้ายกัน เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจาก ABCD เป็นสี่เหลี่ยมคางหมู

ทำให้ $AB \parallel CD$

จากรูป จะได้ $\triangle AEB \sim \triangle CED$

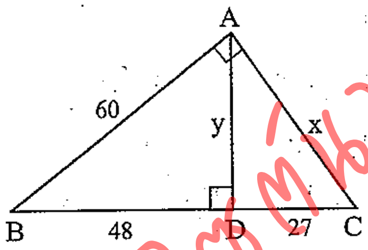
โดยที่ $\frac{CD}{CE} = \frac{AB}{AE}$

$\frac{CE}{DE} = \frac{AE}{BE}$

และ $\frac{CD}{DE} = \frac{AB}{BE}$

และ ถ้า BC ยาวเท่ากับ AD จะทำให้ $\triangle ADE \sim \triangle BCE$ ด้วย **ตอบ**

4.



กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$

1) จงบอกชื่อรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด ที่คล้ายกับ $\triangle ABC$ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

2) จงหาค่า x และ y

วิธีทำ จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส หาค่า x และ y ได้ดังนี้

พิจารณา $\triangle ABC$; $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$(48+27)^2 = 60^2 + x^2$$

$$75^2 = 60^2 + x^2$$

$$x^2 = 75^2 - 60^2 = (75+60)(75-60)$$

$$x^2 = 135 \times 15 = 15 \times 15 \times 3 \times 3$$

$$x = \sqrt{15 \times 15 \times 3 \times 3} = 15 \times 3 = 45$$

พิจารณา $\triangle ADC$; $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$$45^2 = y^2 + 27^2$$

$$y^2 = 45^2 - 27^2 = (45+27)(45-27)$$

$$y^2 = 72 \times 18 = 2 \times 2 \times 18 \times 18$$

$$y = \sqrt{2 \times 2 \times 18 \times 18} = 2 \times 18 = 36$$

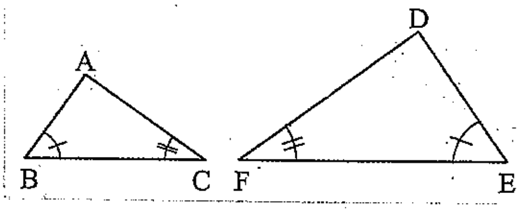
พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle ADC$ แล้ว

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{DC}$ หรือ $\frac{60}{45} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$

$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$ หรือ $\frac{45}{27} = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$ เช่นกัน

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADC$ **ตอบ**

5. กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ จงแสดงว่า $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, $\frac{BC}{CA} = \frac{EF}{FD}$ และ $\frac{CA}{AB} = \frac{FD}{DE}$



(ข้อสังเกต อัตราส่วน $\frac{AB}{BC}$, $\frac{BC}{CA}$ และ $\frac{CA}{AB}$ เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC และ อัตราส่วน $\frac{DE}{EF}$, $\frac{EF}{FD}$ และ $\frac{FD}{DE}$ เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้าน ของ-รูปสามเหลี่ยม DEF)

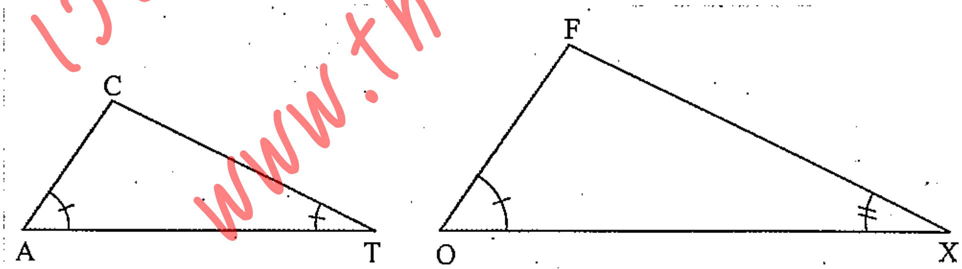
วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

แสดงว่า " $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่)

เมื่อ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$; $A\hat{C}B = D\hat{F}E$ และทำให้ $B\hat{A}C = E\hat{D}F$

ดังนั้น $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, $\frac{BC}{CA} = \frac{EF}{FD}$ และ $\frac{CA}{AB} = \frac{FD}{DE}$ ตอบ

6. จากรูป กำหนดให้ $\triangle CAT$ คล้ายกับ $\triangle FOX$ ถ้า $CA : AT = 2:5$ และ OX ยาว 12 เซนติเมตร จงหาความยาวของ FO



วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $\triangle CAT \sim \triangle FOX$

และกำหนดให้ $CA : AT = 2:5$

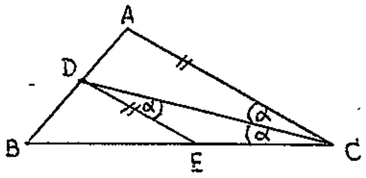
ดังนั้น $\frac{CA}{AT} = \frac{FO}{OX}$

$$\frac{2}{5} = \frac{FO}{12}$$

ดังนั้น $\overline{FO} = \frac{12 \times 2}{5} = \frac{24}{5}$ เซนติเมตร ตอบ

7. ในรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จงพิสูจน์ว่าส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดกึ่งกลางของด้าน ด้านหนึ่งให้ขนานกับอีกด้านหนึ่ง - และไปพบกับด้านที่สาม จะยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม

<u>วิธีทำ</u>



สร้าง $\triangle ABC$ และแบ่ง $\overline{AB}$ ออกเป็นสองส่วนที่เท่ากัน

ดังนั้น $\overline{AD} = \overline{BD}$

จากจุด D ลากเส้นตรงขนานกับ $\overline{AC}$ โดยเส้นตรงนี้ ลากตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E

ทำให้ได้ $\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$

และทำให้ $\square$ ACED เป็นสี่เหลี่ยมคางหมู

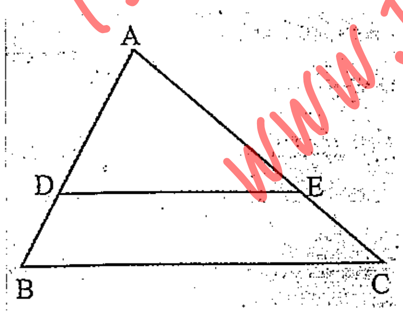
จากจุด D ลากเส้นตรงแบ่งครึ่งมุม $A\hat{C}E$ ออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน

และจากการลากเส้นตรง DC นี้ ทำให้ CDE เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - ที่มี $\overline{DE}$ และ $\overline{CE}$ เป็นด้านประกอบมุมยอด

ดังนั้น เมื่อ $\triangle CDE$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้ว ทำให้ $\overline{DE} = \overline{CE}$

เมื่อ $\overline{DE} = \overline{CE}$ โดยที่ $\overline{CE} = \overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

ดังนั้น $\overline{DE}$ ซึ่งเป็นส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดกึ่งกลางของด้าน $\overline{AB}$ ให้ขนานกับ $\overline{AC}$ ไปพบกับ $\overline{BC}$ จะยาวเป็นครึ่งหนึ่งของ $\overline{BC}$ นั่นเอง <u>ตอบ</u>

8. 

ใน $\triangle ABC$ มีจุด D บน AB ที่ $AD : AB = 2 : 3$ เมื่อลาก DE ขนานกับ BC และพบ AC ที่จุด E จงพิสูจน์ว่า $DE = \frac{2}{3}BC$

<u>วิธีทำ</u> โจทย์กำหนดให้ $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$

จากรูป เมื่อ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

ดังนั้น $\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC}$ ดังนั้น $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$

เมื่อ $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ ดังนั้น $DE = \frac{2}{3}BC$ <u>ตอบ</u>

ทฤษฎีบท ถ้าอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

จากที่ศึกษามาทั้งหมด การพิจารณาว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูป เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่นั้น เราอาจพิจารณา เพียงเงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง จากสองเงื่อนไขต่อไปนี้ เพียงเงื่อนไขเดียว ก็เป็นการเพียงพอ

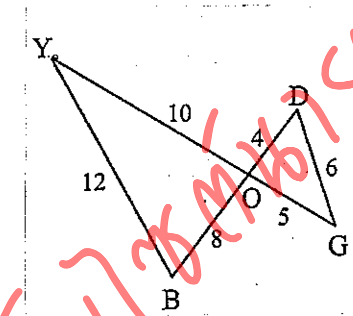
1. รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ หรือ
2. อัตราส่วนของความยาว ของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ในทำนองเดียวกันกับ การพิจารณาหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ สามคู่ การพิจารณาหาด้านคู่ที่-สมนัยกัน ก็ควรเริ่มต้น จากด้านคู่ที่สั้นที่สุด ไปหาด้านที่ยาวที่สุด หรือกลับกัน

แบบฝึกหัด 4.2 ข

1. จากรูป รูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



วิธีทำ พิจารณาอัตราส่วนของด้านต่างๆ ของ $\triangle BYO$ และ $\triangle DGO$

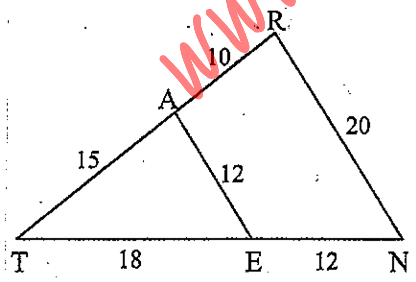
เนื่องจาก $\frac{BO}{DO} = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{YO}{GO} = \frac{10}{5} = 2$

และ $\frac{BY}{DG} = \frac{12}{6} = 2$ เช่นกัน

ดังนั้น $\triangle BYO \sim \triangle DGO$ **ตอบ**

2)



วิธีทำ พิจารณาอัตราส่วนของด้านต่างๆ ของ $\triangle TAE$ และ $\triangle TRN$

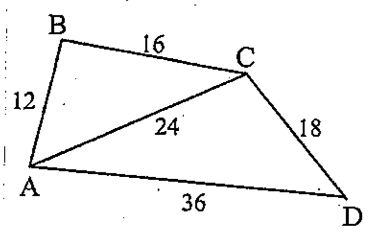
เนื่องจาก $\frac{AE}{RN} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$\frac{TA}{TR} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

และ $\frac{TE}{TN} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ เช่นกัน

ดังนั้น $\triangle TAE \sim \triangle TRN$ **ตอบ**

3)



วิธีทำ พิจารณาอัตราส่วนของด้านต่าง ๆ ของ $\triangle ABC$ และ $\triangle ACD$

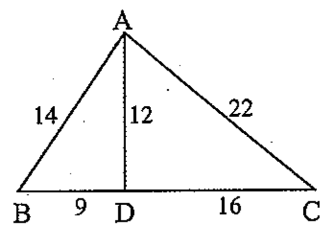
เนื่องจาก $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

$\frac{BC}{AC} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

และ $\frac{AC}{AD} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ เช่นกัน

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ตอบ

4)



วิธีทำ พิจารณาอัตราส่วนของด้านต่าง ๆ ของ $\triangle ABD$ และ $\triangle ACD$

เนื่องจาก $\frac{BD}{AD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$\frac{AD}{CD} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

* แต่ $\frac{AB}{AC} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11} \neq \frac{3}{4}$

ดังนั้น $\triangle ABD$ ไม่คล้ายกับ $\triangle ACD$

ลองมาพิจารณาอัตราส่วนเปรียบเทียบด้านต่าง ๆ ของ $\triangle ACD$ และ $\triangle ABC$

เนื่องจาก $\frac{AD}{AB} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

$\frac{CD}{AC} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$

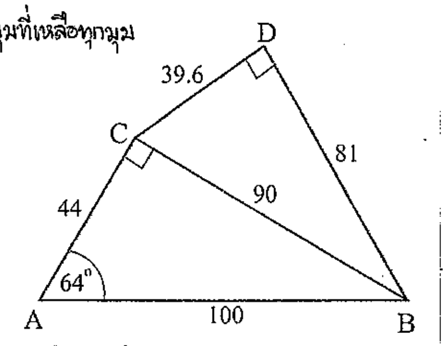
และ $\frac{AC}{BC} = \frac{22}{25}$

เนื่องจาก $\frac{6}{7} \neq \frac{8}{11} \neq \frac{22}{25}$ [พิสูจน์ได้จากการคูณไขว้]

ดังนั้น $\triangle CCD$ ไม่คล้ายกับ $\triangle ABC$

และ ถ้าลองพิสูจน์ต่อไป จะพบว่า $\triangle ABD$ ก็ไม่คล้ายกับ $\triangle ABC$ เช่นกัน
ดังนั้น ในข้อนี้ ไม่มีรูปสามเหลี่ยมคู่ใดที่คล้ายกัน ตอบ

2. จากรูป จงหาขนาดของมุมที่เหลือทุกมุม



<u>วิธีทำ</u> จากคุณสมบัติเรื่องผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม

<u>ขั้นที่ 1</u> หาขนาดของ $A\hat{B}C$

จาก $B\hat{A}C + A\hat{C}B + A\hat{B}C = 180^\circ$

$64^\circ + 90^\circ + A\hat{B}C = 180^\circ$

$154^\circ + A\hat{B}C = 180^\circ$

$A\hat{B}C = 180^\circ - 154^\circ = 26^\circ$

<u>ขั้นที่ 2</u> หาขนาดของ $B\hat{C}D$ และ $C\hat{B}D$

พิจารณา อัตราส่วนของด้านต่างๆ ของ $\triangle ABC$ และ $\triangle BCD$ เปรียบเทียบกัน

$$\frac{AC}{CD} = \frac{44}{39.6} = \frac{10}{9}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{100}{90} = \frac{10}{9}$$

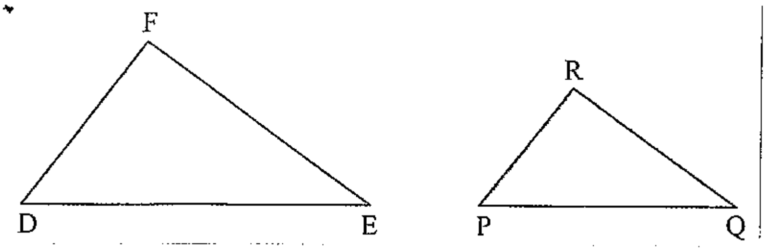
$$\frac{BC}{BD} = \frac{90}{81} = \frac{10}{9}$$

ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle BCD$

ซึ่ง ทำให้ $B\hat{C}D = B\hat{A}C = 64^\circ$

และ $C\hat{B}D = A\hat{B}C = 26^\circ$ <u>ตอบ</u>

3. จากรูป กำหนดให้ $\frac{FD}{RP} = \frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{QR}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{D} = \hat{P}$



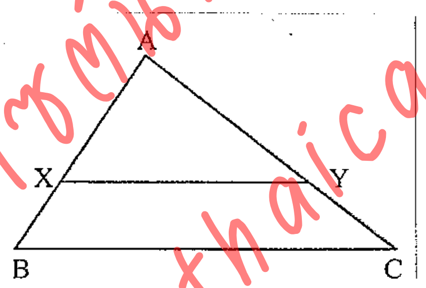
วิธีทำ โจทย์กำหนด อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ต่าง ๆ สามคู่ ของ $\triangle DEF$ และ $\triangle PQR$ จะได้

ว่า $\frac{FD}{RP} = \frac{DE}{PQ} = \frac{EF}{QR}$

ดังนั้น $\triangle DEF \sim \triangle PQR$

จึงทำให้ $\hat{D} = \hat{P}$, $\hat{F} = \hat{R}$ และ $\hat{E} = \hat{Q}$ ตอบ

4. จากรูป กำหนดให้ $\frac{AX}{AB} = \frac{XY}{BC} = \frac{YA}{CA}$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{XY} \parallel \overline{BC}$



วิธีทำ โจทย์ กำหนด อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ต่าง ๆ สามคู่ ของ $\triangle AXY$ และ $\triangle ABC$

ว่า $\frac{AX}{AB} = \frac{XY}{BC} = \frac{YA}{CA}$

ดังนั้น $\triangle AXY \sim \triangle ABC$

ทำให้ $A\hat{X}Y = A\hat{B}C$, $A\hat{Y}X = A\hat{C}B$ และ $X\hat{A}Y = B\hat{A}C$

" ถ้า มุมภายนอก ($A\hat{X}Y$) และมุมภายใน ($A\hat{B}C$) ที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด (AB) มีขนาดเท่ากันแล้ว ดังนั้น $\overline{XY} \parallel \overline{BC}$ "

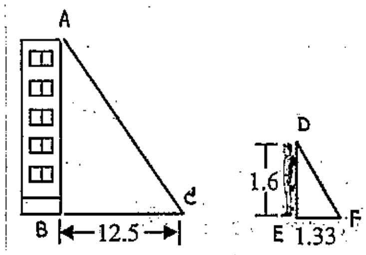
ตอบ

4.3 การนำไปใช้

เราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง ในชีวิต-
-ประจำวันได้

แบบฝึกหัด 4.3

1. ชายคนหนึ่งสูง 1.6 เมตร ในขณะที่เงาของตึกหลังหนึ่งยาว 12.5 เมตร เขาวัดความยาวของเงาของเขาที่ทอดไปตามพื้นได้ยาว 1.33 เมตร ดังรูป จงหาความสูงของตึก



วิธีทำ กำหนดให้ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ดังนั้น $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

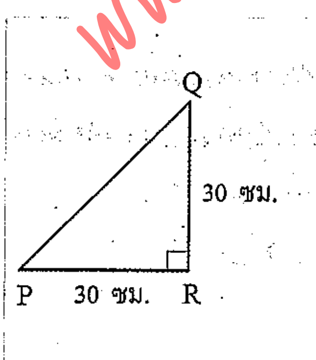
$\frac{AB}{12.5} = \frac{1.60}{1.33}$

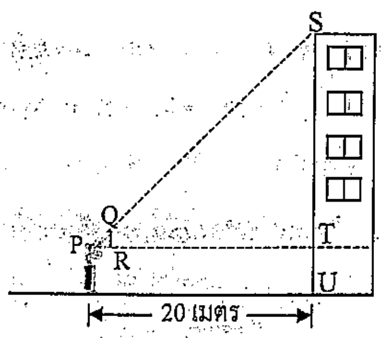
ทำให้ $AB = \frac{1.60}{1.33} \times 12.5 \approx 15.04$

ดังนั้น ตึกหลังนี้ สูงประมาณ 15.04 เมตร ตอบ

2. ดนุพรต้องการทราบความสูงของตึกหลังหนึ่ง จึงสร้างอุปกรณ์และสำรวจหาข้อมูลโดยตัดกระดาษแข็งเป็นรูปสามเหลี่ยม-
-มุมฉากที่มีขนาดดังรูปสามเหลี่ยม PQR และใช้กระดาษแข็งนี้เล็งหาจุดยอดของตึก จากการสำรวจ พบว่า
ความสูงจากเท้าถึงตาของดนุพรวัดได้ 1.5 เมตร จุดที่ยืนเล็งดูยอดตึกห่างจากตึก 20 เมตร จงหาว่า-
-ตึกสูงกี่เมตร

วิธีทำ





จากรูป $\Delta PQR \sim \Delta PST$ ดังนั้น $\frac{PR}{QR} = \frac{PT}{ST}$

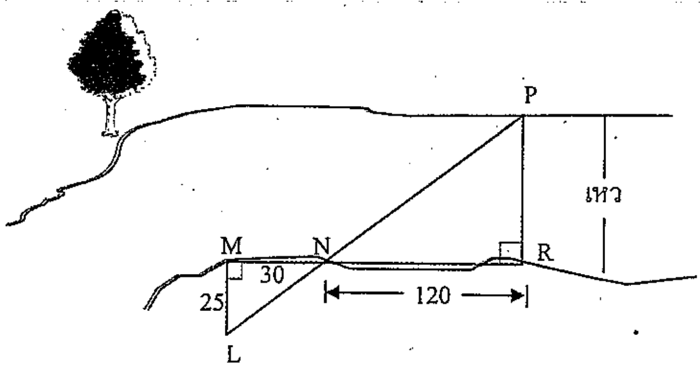
$\frac{0.3}{0.3} = \frac{20}{ST}$ ดังนั้น $ST = 20$

เมื่อ ST แทนความสูงจากระยะสายตาของดนุพรถึงยอดตึก = 20 เมตร (โดย TU = ความสูงจากเท้าถึงระยะ-สายตาของดนุพร = 1.5 เมตร)

ดังนั้น ตึกนี้ สูง = ST + TU = 20 + 1.5

= 21.5 เมตร ตอบ

3. จงหาความกว้างของเหว ระหว่างจุด P และจุด R (ความยาวที่กำหนด มีหน่วยเป็นเมตร)



วิธีทำ

จากรูป $\triangle LMN \sim \triangle NPR$

ดังนั้น $\frac{LM}{MN} = \frac{PR}{NR}$

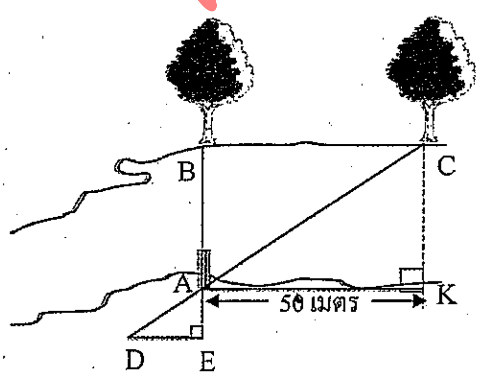
$$\frac{25}{30} = \frac{PR}{120}$$

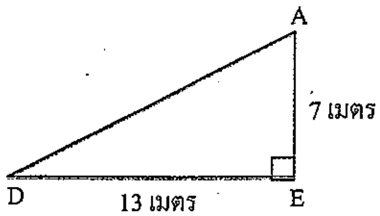
ทำให้ $PR = \frac{25}{\cancel{30}_{1}} \times \cancel{120}^{4} = 100$

แสดงว่า เหวนี้ มีความกว้างปากเหว = 100 เมตร <u>ตอบ</u>

4. สุนันท์ยืนอยู่ริมฝั่งแม่น้ำเจ้าพระยาที่ จ.นครสวรรค์ และอยากทราบความกว้างของแม่น้ำ จึงใช้หลักไม้ ปักบนพื้นดินที่จุด A ซึ่งอยู่ตรงข้ามกับต้นไม้ต้นหนึ่งที่จุด B บนฝั่งตรงข้าม แล้วหาตำแหน่งของจุด K ซึ่งอยู่ตรงข้ามกับต้นไม้อีกต้นหนึ่งที่จุด C บนฝั่งตรงข้าม สุนันท์วัดความยาวของ AK ได้ 50 เมตร แล้วหาตำแหน่งของจุด D ที่สามารถเล็งเห็นจุด A และจุด C อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จากจุด D สุนันท์เดินขนานกับ AK มาหยุดอยู่ที่จุด E ซึ่งเป็นจุดที่เล็งเห็นจุด A และจุด B อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน
จากนั้น สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE บนพื้นดิน ให้คล้ายกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACK ดังรูป มี AE = 7 เมตร และ ED = 13 เมตร สุนันท์จะต้องใช้ข้อมูลที่มีอยู่นี้ หาความกว้างของแม่น้ำได้อย่างไร

วิธีทำ





จากรูป $\triangle ADE \sim \triangle ACK$

ดังนั้น $\frac{DE}{AE} = \frac{AK}{CK}$

$$\frac{13}{7} = \frac{50}{CK}$$

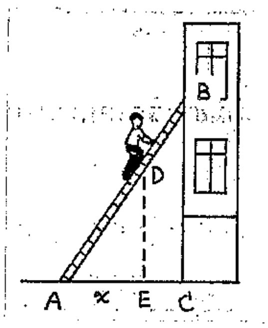
ทำให้ $CK = \frac{50 \times 7}{13} \approx 26.9$

เมื่อ CK แทนความกว้างของแม่น้ำ

ดังนั้น แม่น้ำกว้าง 26.9 เมตร <u>ตอบ</u>

5. บันไดยาว 4 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก เมื่อช่างทาสีขึ้นบันไดไปได้ $\frac{2}{3}$ ของบันได เขาทำแปรงทาสีตก ถ้าจุดที่แปรงตกลงมาถูกพื้นดิน ห่างจากผนังตึก 0.3 เมตร ดังรูป จงหาว่า เชิงบันไดอยู่ห่างจากผนังตึก--เท่าไร

<u>วิธีทำ</u>



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

โจทย์กำหนดให้ $AB = 4$ เมตร

$AD = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}\times 4 = \frac{8}{3}$ เมตร

$CE = 0.3$ เมตร

และกำหนดเอง ให้ AE ยาว x เมตร

ดังนั้น $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

$$\frac{4}{x+0.3} = \frac{\frac{8}{3}}{x}$$

$$4x = \frac{8}{3}(x+0.3)$$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $12x = 8(x+0.3) = 8x + 2.4$

$$12x - 8x = 2.4$$

$$4x = 2.4$$

$$x = \frac{2.4}{4} = 0.6$$

เมื่อ x แทนระยะห่าง ระหว่างเชิงบันได กับจุดที่แปรงทาสีตก $= 0.6$ เมตร แล้ว

ดังนั้น เชิงบันได อยู่ห่างจากผนังตึก $= x + 0.3$

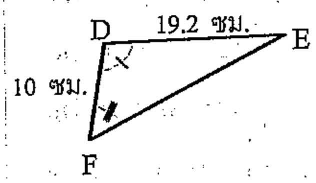
$= 0.6 + 0.3$

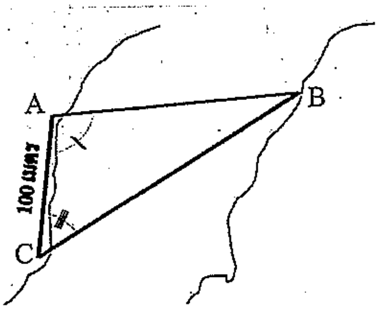
$= 0.9$ เมตร <u>ตอบ</u>

6. คำว่า "ออบ" หมายถึง ช่องแคบที่มีน้ำไหลผ่าน ตามภาษาเหนือ

สุปราณีต้องการวัดระยะระหว่างจุด A และจุด B ซึ่งอยู่คนละข้างของลำธารที่ไหลผ่านออบหลวง โดยสร้าง $\triangle DEF$ ให้คล้ายกับ $\triangle ABC$ โดยวัดระยะ DE และ DF ได้ 19.2 cm และ 10 cm ตามลำดับ จงหาความยาว AB

<u>วิธีทำ</u>





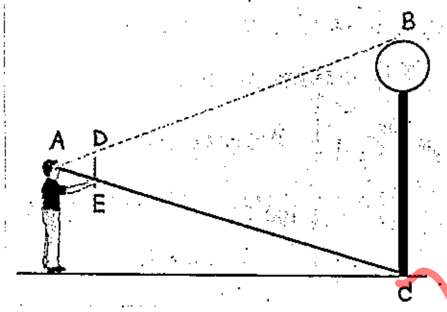
เมื่อ $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ ดังนั้น $\frac{DF}{DE} = \frac{AC}{AB}$ หรือ $\frac{0.10}{0.192} = \frac{100}{AB}$

จะได้ $AB = \frac{100 \times 0.192}{0.10} = 192$ เมตร <u>ตอบ</u>

7. สมชายหาความสูงของโคมไฟในสวนสาธารณะโดยไม่ต้องวัดความสูงโดยตรง ด้วยการนำปลายข้างหนึ่งของเชือกผูกไว้กับโคนเสาไฟ ของโคมไฟ ปลายเชือกอีกข้างหนึ่งใช้มือซ้ายจับไว้ในระดับสายตา แล้วเดินถอยหลังออกมาจนเชือกตึง มือขวาถือไม้บรรทัดซึ่งยาว 30 เซนติเมตรในแนวตั้ง ให้โคนไม้บรรทัดอยู่ที่แนวเส้นเชือก ปรับระยะเลื่อนไม้บรรทัดเข้าหรือออก จนกระทั่งมองเห็นปลายไม้บรรทัดด้านบนอยู่บนแนวเดียวกันกับยอดโคมไฟ สมชายวัดระยะจากปลายเชือกด้านที่ติดกับดวงตา ถึงโคนไม้บรรทัดได้ 45 เซนติเมตร และวัดถึงโคนเสาของโคมไฟได้ 5.6 เมตร

โดยวิธีการนี้ สมชายหาความสูงของโคมไฟได้เท่าไร

<u>วิธีทำ</u>



จากรูป $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

โดยโจทย์ กำหนดให้ DE แทนความยาวของไม้บรรทัด = 30 เซนติเมตร 30 เมตร

AE เท่ากับ 45 เซนติเมตร = 0.45 เมตร

AC เท่ากับ 5.6 เมตร

ดังนั้น $\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{DE}$

$$\frac{5.6}{BC} = \frac{0.45}{0.30}$$

$$BC = \frac{5.6 \times \cancel{0.30}^{2}}{\cancel{0.45}_{3}} = 5.6 \times \frac{2}{3} = 3.73$$

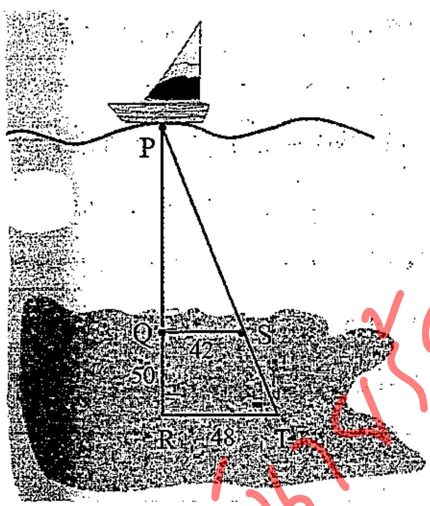
$BC = 3.73$ เมตร

เมื่อ BC แทนความสูงของโคมไฟ ดังนั้น โคมไฟสูง 3.73 เมตร <u>ตอบ</u>

8. เรือลำหนึ่ง จอดทอดสมออยู่ ณ จุด P ในทะเล ต้นฝนต้องการทราบว่า เรือจอดอยู่ห่างจากตำแหน่งที่เขายืนอยู่-คือที่จุด Q เท่าไร เขาทำดังนี้

ต้นฝนปักไม้ไว้ที่จุด Q แล้วเดินเลียบชายทะเล ถึงจุด S โดย QS ตั้งฉากกับ PQ และ QS = 42 เมตร ที่จุด Q ต้นฝนเดินถอยหลังในแนว PQ ถึงจุด R ให้ P, Q และ R อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน โดยที่ QR = 50 เมตร จากจุด R เขาเดินต่อไปถึงจุด T โดย RT ตั้งฉากกับ PR ณ จุด T เขามองเห็น P, S และ T อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน วัดระยะ RT ได้ 48 เมตร จากข้อมูลที่มีอยู่นี้ ต้นฝนจะหาระยะ PQ ได้ เท่าไร

<u>วิธีทำ</u>



จากรูป $\Delta PRT \sim \Delta PQS$

ดังนั้น $\frac{PQ}{QS} = \frac{PR}{RT}$

$$\frac{PQ}{42} = \frac{PQ + QR}{48} = \frac{PQ+50}{48}$$

$$48\,PQ = 42(PQ+50)$$

$$48\,PQ = 42\,PQ + 2,100$$

$$48\,PQ - 42\,PQ = 2,100$$

$$6\,PQ = 2,100$$

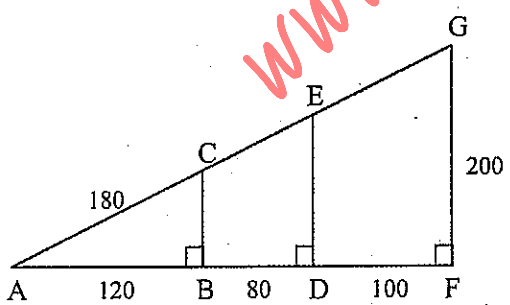
$$PQ = \frac{2,100}{6} = 350$$

จะได้ $PQ = 350$ เมตร

เนื่อง PQ แทนระยะห่างจากจุดที่เรือจอด ถึงตำแหน่งที่เขายืนอยู่

ดังนั้น เขายืนอยู่ห่างจากเรือ 350 เมตร <u>ตอบ</u>

9. นายดล สำรวจ และจัดทำแผนผังของถนนในหมู่บ้านได้ดังรูป (ความยาวที่กำหนด มีหน่วยเป็นเมตร)



จากข้อมูลที่ได้มานี้ นายดลสามารถหาความยาวของ-ถนนที่เหลือ ได้แก่ ความยาวของ $\overline{BC}$, $\overline{DE}$, $\overline{FG}$, $\overline{CE}$ และ $\overline{EG}$ ได้เท่าไร

<u>วิธีทำ</u> 1) เนื่อง $\Delta ABC \sim \Delta AFG$

ดังนั้น $\frac{AB}{BC} = \frac{AF}{FG}$

$\frac{120}{BC} = \frac{120+80+100}{200}$ ทำให้ $\overline{BC} = \frac{\overset{40}{\cancel{120}} \times \cancel{200}}{1\,\cancel{300}} = 80$

ได้ $\overline{BC} = 80$ เมตร

2) เมื่อ $\triangle ADE \sim \triangle AFG$

ดังนั้น $\frac{AD}{DE} = \frac{AF}{FG}$

$$\frac{120+80}{DE} = \frac{300}{200}$$

$$\frac{200}{DE} = \frac{300}{200}$$ ทำให้ $\overline{DE} = \frac{200 \times 200}{300} = \frac{400}{3} \approx 133.\dot{3}$

ได้ $\overline{DE} \approx 133.3$ เมตร

3) เมื่อ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

ดังนั้น $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{200}{AC+CE} = \frac{120}{180}$$

$$\frac{200}{180+\overline{CE}} = \frac{120}{180}$$ ทำให้ $180+\overline{CE} = \frac{\overset{3}{\cancel{180}} \times \overset{100}{\cancel{200}}}{\underset{2\ 1}{\cancel{120}}} = 300$

$\overline{CE} = 300 - 180 = 120$

ได้ $\overline{CE} = 120$ เมตร

4) เมื่อ $\triangle ABC \sim \triangle AFG$

ดังนั้น $\frac{AB}{AC} = \frac{AF}{AG}$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{120}}}{\underset{3}{\cancel{180}}} = \frac{300}{AC+CE+EG}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{300}{180+120+EG}$$

$$300+\overline{EG} = \frac{\overset{150}{\cancel{300}} \times 3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 450$$ ทำให้ $\overline{EG} = 450 - 300$

$\overline{EG} = 150$

ได้ $\overline{EG} = 150$ เมตร

สรุปตามได้ $\overline{BC} = 80$ เมตร

$\overline{DE} = 133.3$ เมตร

$\overline{FG}$ ได้จากระยะที่โจทย์กำหนดให้ $= 200$ เมตร

$\overline{CE} = 120$ เมตร

และ $\overline{EG} = 150$ เมตร

ตอบ

ภาคผนวก

บัญชีศัพท์

บทที่ 1

พื้นที่ผิว	surface area
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	rectangular solid
ปริซึม	prism
ทรงกระบอก	cylinder
พีระมิด	pyramid
ส่วนสูงเอียง	slant height
กรวย	cone
ทรงกลม	sphere
วงกลมใหญ่	great circle

บทที่ 2

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	linear equation with two variable

บทที่ 3

ระบบสมการเชิงเส้น	system of linear equations

บทที่ 4

ความคล้าย	similarity

บัญชีสัญลักษณ์

$\sim$	คล้ายกับ