

## แบบฝึกหัด 2.1

1. จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในแต่ละข้อต่อไปนี้      ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นหรือไม่

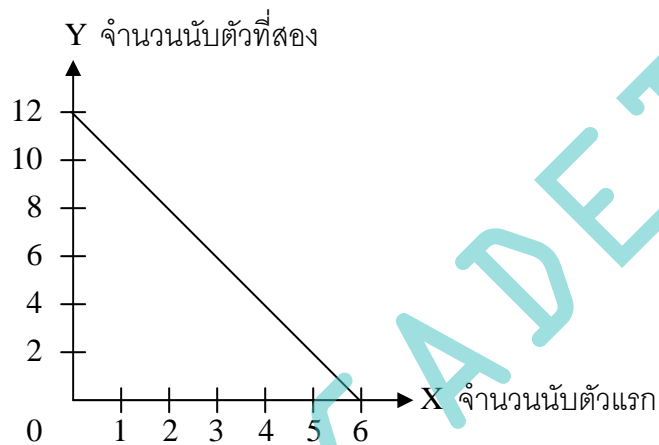
- 1) สองเท่าของจำนวนนับจำนวนหนึ่ง บวกกับอีกจำนวนหนึ่ง แล้วได้เป็น 12

ให้  $x$  แทนจำนวนนับจำนวนแรก

ให้  $y$  แทนจำนวนนับจำนวนที่สอง

ดังนั้น  $2x + y = 12$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	12	10	8	6	4	2	0



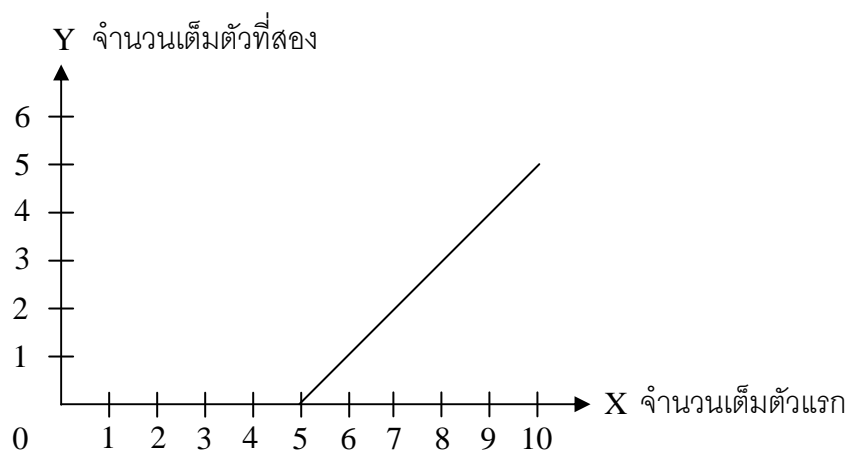
- 2) จำนวนเต็มจำนวนหนึ่งมากกว่าจำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5

ให้  $x$  แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก

ให้  $y$  แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง

ดังนั้น  $x - y = 5$

X	5	6	7	8	9	10
y	0	1	2	3	4	5



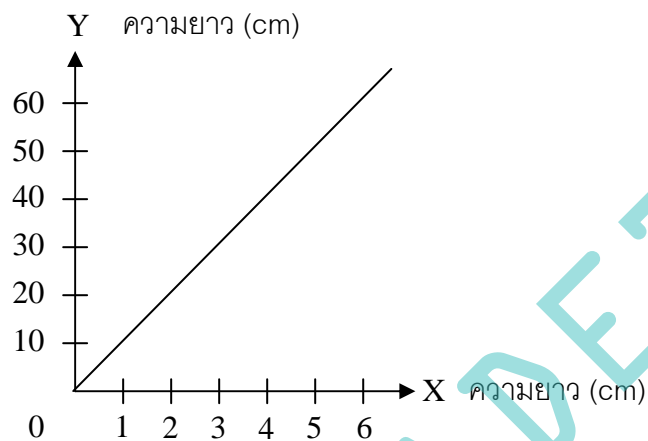
3) การเปรียบเทียบหน่วยความยาวระหว่างเซนติเมตรและมิลลิเมตร

ให้  $x$  แทนความยาวเป็นเซนติเมตร

ให้  $y$  แทนความยาวเป็นมิลลิเมตร

ดังนั้น  $10x = y$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	10	20	30	40	50



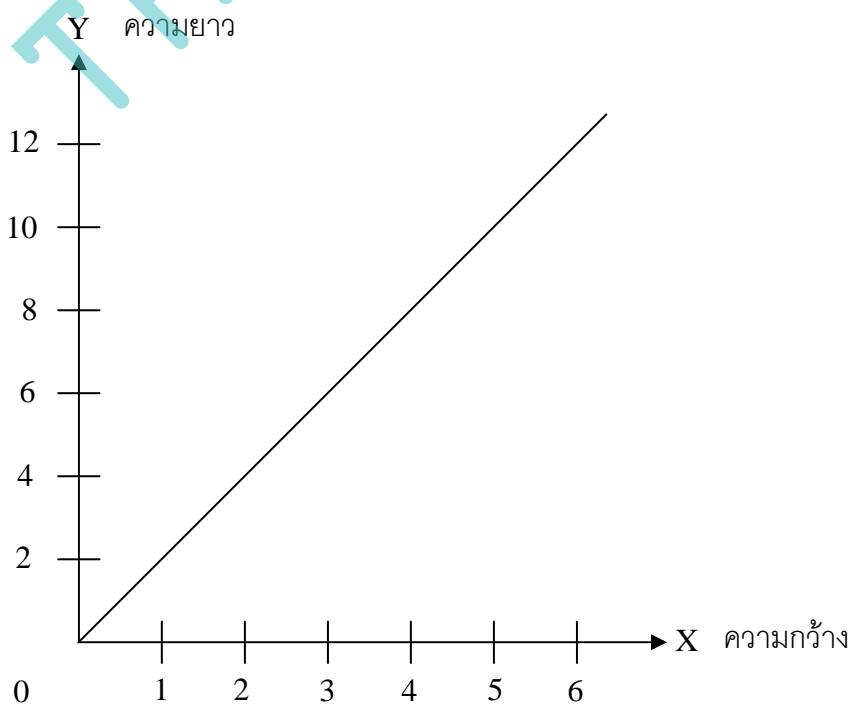
4) ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นสองเท่าของความกว้าง

ให้  $x$  แทนระยะของความกว้าง

ให้  $y$  แทนความยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ดังนั้น  $2x = y$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	4	6	8	10



2. นักเรียนคนหนึ่งทดลองหาความยาวของลวดสปริงอันหนึ่งที่แขวนติดกับเพดาน โดยใช้ตุ้มถ่วงน้ำหนักเพิ่มขึ้นครั้งละ 10 กรัม จนถึง 50 กรัม แล้วบันทึกผลการทดลองได้ดังตาราง

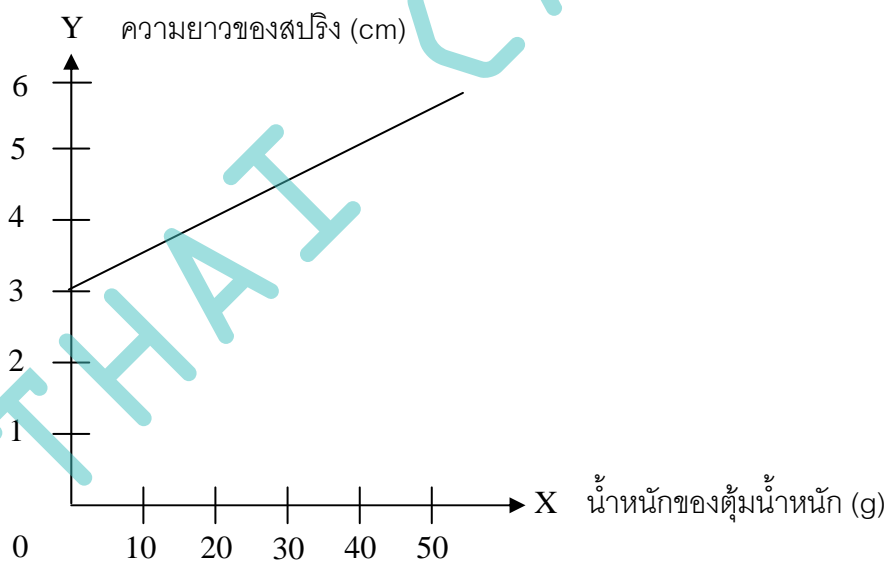
น้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก (กรัม)	ความยาวของลวดสปริง (เซนติเมตร)
0	3.0
10	3.5
20	4.0
30	4.5
40	5.0
50	5.5

ให้แกน X แสดงน้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก เป็นกรัม

ให้แกน Y แสดงความยาวของลวดสปริง เป็นเซนติเมตร

จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก และความยาวของลวดสปริง

x	0	10	20	30	40	50
y	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5



จากกราฟข้างต้น เขียนเป็นสมการได้  $y = \frac{1}{20}x + 3$

และใช้กราฟที่ได้ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) เมื่อถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 5 กรัม และ 25 กรัม ลวดสปริงจะยาวเท่าใด

ตอบ จากสมการ  $y = \frac{1}{20}x + 3$

แทน  $x = 5$  กรัม จะได้  $y = 3.25$  เซนติเมตร

ดังนั้น เมื่อถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 5 กรัม ลวดสปริงจะยาว 3.25 เซนติเมตร

2) เมื่อลวดสปริงยาว 3.75 เซนติเมตร ต้มน้ำหนักที่ถ่วงจะมีน้ำหนักเท่าใด

ตอบ จากสมการ  $y = \frac{1}{20}x + 3$

แทน  $y = 3.75$  เซนติเมตร จะได้  $x = 15$  กรัม

ดังนั้น เมื่อลวดสปริงจะยาว 3.75 เซนติเมตร ต้องถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 15 กรัม

3) เมื่อกำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของตุ้มน้ำหนักและความยาวของลวดสปริงยังคงเดิม ถ้าตุ้มน้ำหนักที่ถ่วงเพิ่มขึ้น แล้วความยาวของลวดสปริงเป็นอย่างไร

ตอบ เมื่อน้ำหนักที่ถ่วงเพิ่มขึ้น ความยาวของลวดสปริงก็ต้องเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น

3. เนื่องจากแสงเดินทางในอากาศเร็วกว่าเสียง ดังนั้นเราจะเห็นฟ้าแลบก่อนได้ยินเสียงฟ้าผ่าเสมอ ถ้าสถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากตัวเราทุกๆ 1 กิโลเมตร จะได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบไปแล้ว 3 วินาที

ถ้าให้  $x$  แทนเวลาเป็นวินาทีที่ได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบ

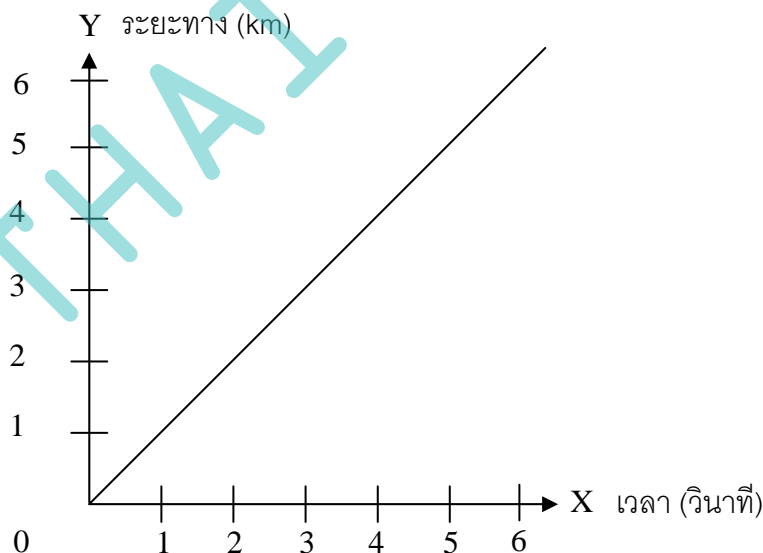
$y$  แทนระยะทางเป็นกิโลเมตรที่สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกต

ให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่างที่เว้นไว้ในตารางต่อไปนี้

x	3	6	9	12	15	18
y	1	2	3	4	5	6

1) จงเขียนกราฟแสดงระยะทางที่สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกตเมื่อได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบในเวลาต่างๆกัน โดยให้แกน X แสดงเวลาเป็นวินาที และแกน Y แสดงระยะทางเป็นกิโลเมตร

ตอบ



2) ถ้าผู้สังเกตได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบ 5 วินาที สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกตกี่กิโลเมตร

ตอบ จากสมการเส้นตรง  $y = ax + b$

เมื่อ  $a = slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  และ  $b = 0$  แล้ว

จะได้สมการ  $y = \frac{1}{3}x + 0$  หรือ  $y = \frac{1}{3}x$

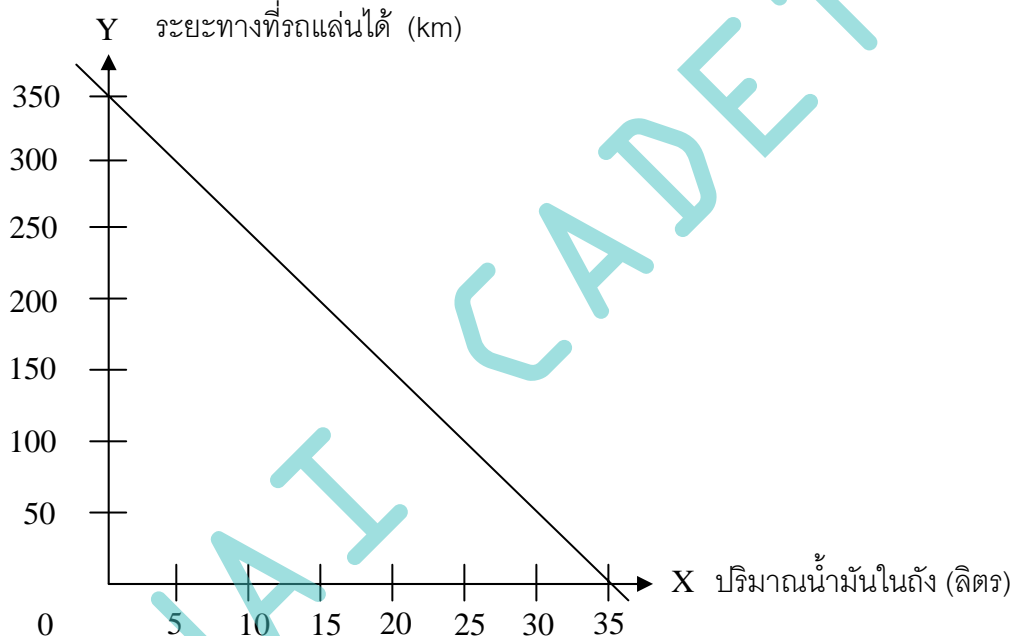
แทนค่า  $x = 5$  จะได้  $y = \frac{5}{3}$  กิโลเมตร

4. ตารางข้างล่างแสดงปริมาณน้ำมันในถังของรถยนต์คันหนึ่งหลังจากแล่นไปแล้วในระยะเวลาช่วงหนึ่ง

จาก

ระยะทางที่แล่นได้ (กิโลเมตร)	0	50	100	150	200	250	300
ปริมาณน้ำมันในถัง (ลิตร)	35	30	25	20	15	10	5

ข้อมูลที่กำหนดให้ในตาราง จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันในถัง กับระยะทางที่รถยนต์แล่นได้ โดยให้แกน X แสดงปริมาณน้ำมันในถัง และแกน Y แสดงระยะทางที่รถยนต์แล่นได้



จากสมการเส้นตรง  $y = ax + b$

เมื่อ  $a = slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 350}{35 - 0} = -10$  และ  $b = 350$  แล้ว

จะได้สมการ  $y = -10x + 350$

แล้วใช้กราฟที่ได้ตอบคำถามต่อไปนี้

1) เมื่อรถยนต์แล่นได้ 60 กิโลเมตร จะเหลือน้ำมันในถังกี่ลิตร

ตอบ แทน  $y = 60$  กิโลเมตร จะได้  $60 = -10x + 350$

$$x = \frac{60 - 350}{-10} = \frac{-290}{-10} = 29 \text{ ลิตร}$$

2) เมื่อมีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 12 ลิตร รถยนต์แล่นไปแล้วเป็นระยะทางกี่กิโลเมตร

ตอบ แทน  $x = 12$  ลิตร จะได้  $y = -10(12) + 350$

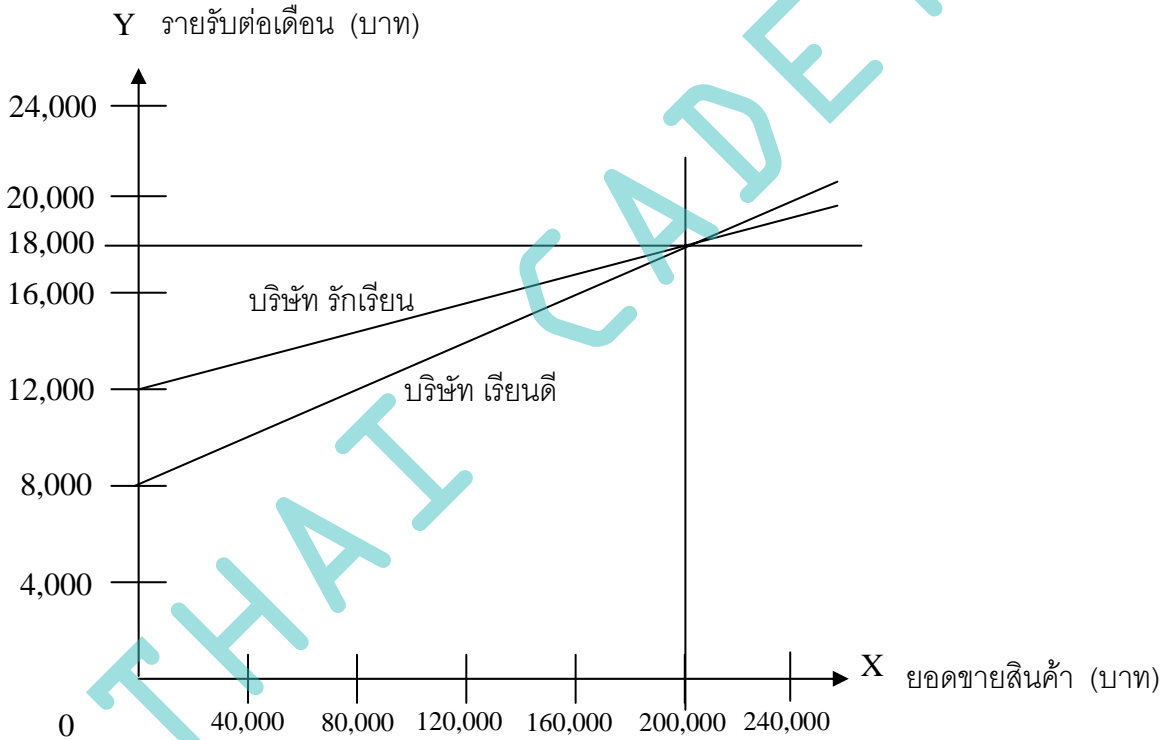
$$= -120 + 350$$

$$= 230 \text{ กิโลเมตร}$$

- 3) ถ้ามีน้ำมัน 35 ลิตรในถัง รถยนต์คันนี้จะแล่นได้ระยะทางอย่างมากที่สุดกี่กิโลเมตร  
ถ้ามีน้ำมัน 35 ลิตร แล้วใช้จนหมดถัง ดังนั้น  $x = 0$  ลิตร

$$\begin{aligned} \text{ตอบ} \quad \text{แทน } x = 0 \text{ ลิตร} \quad \text{จะได้ } y &= -10(0) + 350 \\ &= 0 + 350 \\ &= 350 \quad \text{กิโลเมตร} \end{aligned}$$

5. รายรับต่อเดือนของพนักงานขายของบริษัทเรียนดีเท่ากับ 8,000 บาท รวมกับ 5% ของยอดขายสินค้า ส่วนพนักงานของบริษัทรักเรียนจะมีรายได้ต่อเดือนเท่ากับ 12,000 บาท รวมกับ 3% ของยอดขายสินค้า จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างยอดขายสินค้าต่อเดือน กับรายรับของพนักงานขายของบริษัททั้งสองโดยใช้แกนคู่เดียวกัน เมื่อกำหนดให้แกน X แสดงยอดขายสินค้าเป็นบาท และแกน Y แสดงรายรับต่อเดือนเป็นบาท



$$\text{รายรับ บ.เรียนดี} = 8,000 + \frac{5}{100}x$$

$$\text{หรือ } y_1 = 8,000 + \frac{5}{100}x$$

$$\text{รายรับ บ.รักเรียน} = 12,000 + \frac{3}{100}x$$

$$\text{หรือ } y_2 = 12,000 + \frac{3}{100}x$$

แล้วใช้กราฟตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) รายรับของพนักงานขายของทั้งสองบริษัทเป็นอย่างไร เมื่อยอดขายสินค้าของแต่ละบริษัทเป็น 200,000 บาท จงอธิบาย

ตอบ เมื่อยอดขายสินค้าของแต่ละบริษัทเป็น 200,000 บาท

$$\begin{aligned}\text{รายรับพนักงาน บ.เรียนดี} &= 8,000 + \frac{5}{100}x \\ &= 8,000 + \frac{5}{100}(200,000) \\ &= 8,000 + 10,000 = 18,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

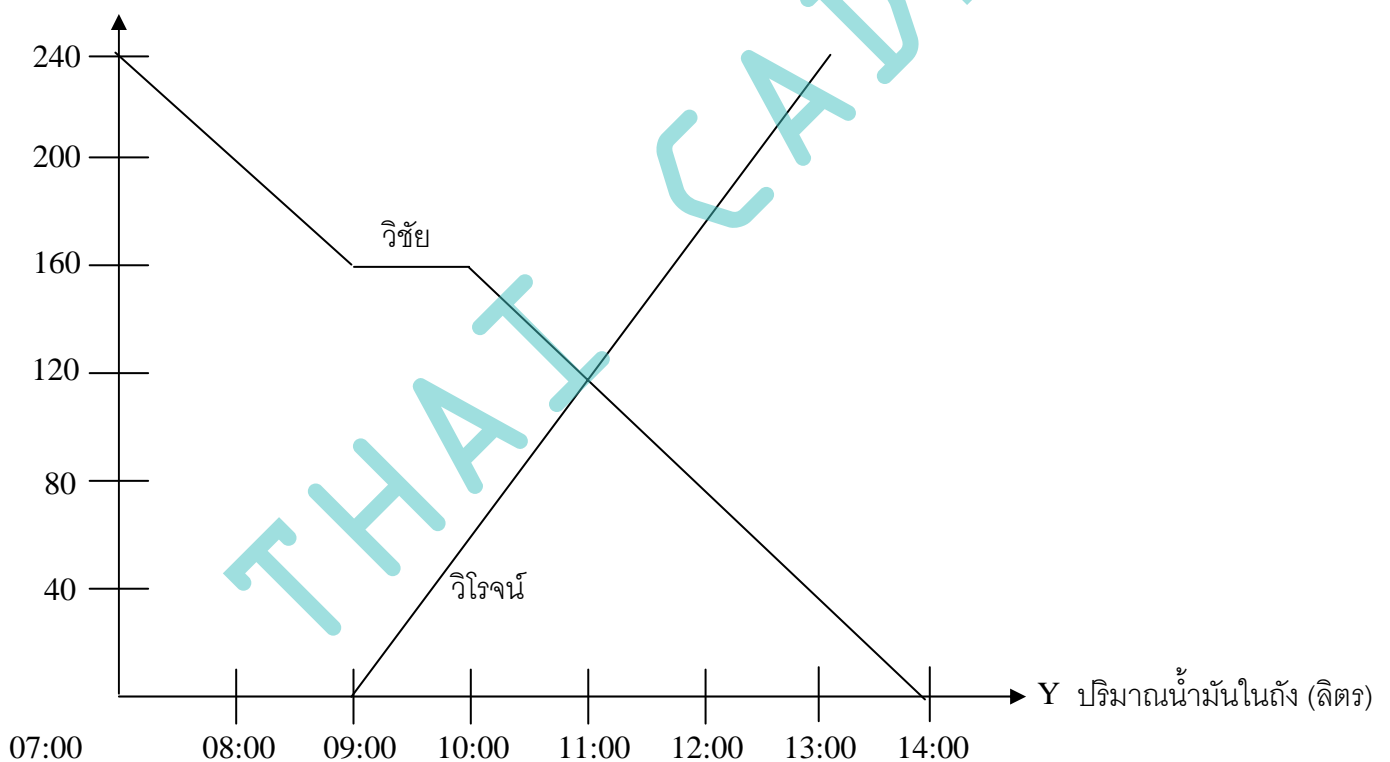
$$\begin{aligned}\text{รายรับพนักงาน บ.รักเรียน} &= 12,000 + \frac{3}{100}x \\ &= 12,000 + \frac{3}{100}(200,000) \\ &= 12,000 + 6,000 = 18,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

2) พนักงานขายของบริษัทใดมีรายรับต่อเดือนมากกว่ากัน จงอธิบาย

ตอบ หากยอดขายน้อยกว่า 200,000 บาท/เดือน พนักงานของ บ.รักเรียนจะมีรายได้มากกว่า หากยอดขายมากกว่า 200,000 บาท/เดือน พนักงานของ บ.เรียนดีจะมีรายได้มากกว่า

6. วิชัยเดินทางจากเมือง ก ไปยังเมือง ข ส่วนวิโรจน์เดินทางจากเมือง ข ไปยังเมือง ก ในเส้นทางเดียวกัน การเดินทางของทั้งสองคนแสดงได้ดังกราฟ

Y ระยะทางที่รถแล่นได้ (km)



จากกราฟจงตอบคำถามต่อไปนี้

1) วิชัยและวิโรจน์เริ่มออกเดินทางในเวลาใด

ตอบ วิชัยเริ่มออกเดินทางในเวลา 07:00  
และ วิโรจน์เริ่มออกเดินทางในเวลา 09:00

2) เมือง ก และเมือง ข อยู่ห่างกันเป็นระยะทางเท่าใด

ตอบ 240 กิโลเมตร

3) วิชัยและวิโรจน์จะพบกันเมื่อเวลาใด และห่างจากเมือง ข เป็นระยะทางเท่าใด

ตอบ จากกราฟ ทั้งสองจะพบกันเวลา 11:00 และจะพบกันที่ระยะทางห่างจากเมือง ข เท่ากับ 120 กิโลเมตร

4) ใครถึงจุดหมายก่อนกัน และถึงก่อนเป็นเวลาเท่าใด

ตอบ วิโรจน์ถึงเวลา 13:00

วิชัยถึงเวลา 14:00

ดังนั้น วิโรจน์ถึงที่หมายก่อนวิชัยเป็นเวลา 1 ชั่วโมง

5) จากกราฟข้างต้น จงอธิบายการเดินทางของวิชัยและวิโรจน์

ตอบ วิชัยเริ่มเดินทางเวลา 07:00

เขาเดินทางเป็นระยะทาง  $240 - 160 = 80$  กิโลเมตร โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง

ดังนั้น ช่วงแรก เขาใช้ความเร็วเฉลี่ย  $\frac{80}{2} = 40$  กิโลเมตร/ชั่วโมง

จากนั้น เขาหยุดพักตั้งแต่เวลา 09:00 - 10:00 เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

แล้วออกเดินทางต่อจนถึงที่หมาย เป็นระยะทางอีก 160 กิโลเมตร โดยใช้เวลา 4 ชั่วโมง

ดังนั้น ช่วงที่สองนี้ เขาใช้ความเร็วเฉลี่ย  $\frac{160}{4} = 40$  กิโลเมตร/ชั่วโมง

วิโรจน์เริ่มออกเดินทางตั้งแต่เวลา 09:00 - 13:00 ไม่มีการหยุดพัก รวม 4 ชั่วโมง

ได้ระยะทาง 240 กิโลเมตร

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยของการเดินทางของวิโรจน์  $= \frac{240}{4} = 60$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

## แบบฝึกหัด 2.1

1. จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในแต่ละข้อต่อไปนี้      ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นหรือไม่

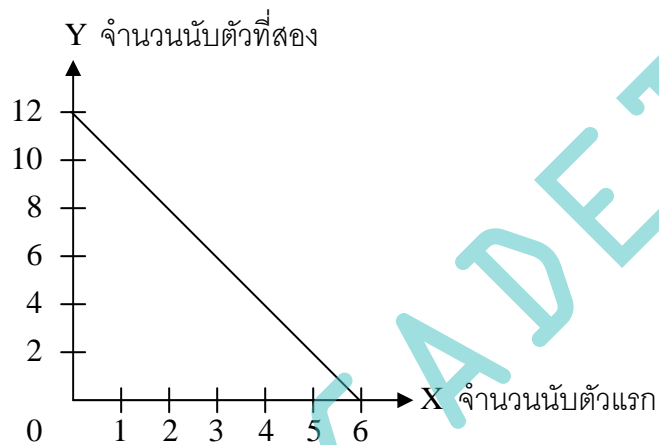
1) สองเท่าของจำนวนนับจำนวนหนึ่ง บวกกับอีกจำนวนหนึ่ง แล้วได้เป็น 12

ให้  $x$  แทนจำนวนนับจำนวนแรก

ให้  $y$  แทนจำนวนนับจำนวนที่สอง

ดังนั้น  $2x + y = 12$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	12	10	8	6	4	2	0



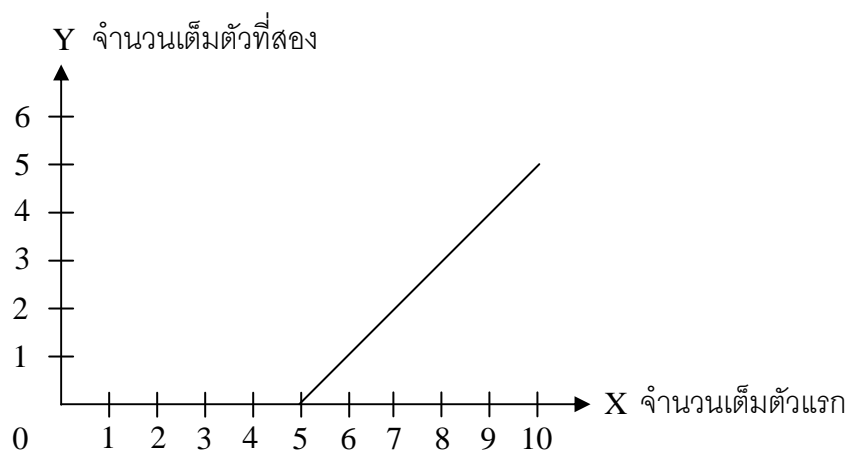
2) จำนวนเต็มจำนวนหนึ่งมากกว่าจำนวนเต็มอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5

ให้  $x$  แทนจำนวนเต็มจำนวนแรก

ให้  $y$  แทนจำนวนเต็มจำนวนที่สอง

ดังนั้น  $x - y = 5$

X	5	6	7	8	9	10
y	0	1	2	3	4	5



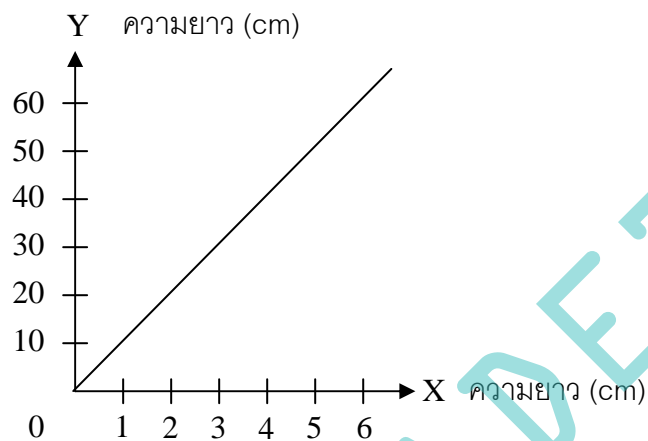
3) การเปรียบเทียบหน่วยความยาวระหว่างเซนติเมตรและมิลลิเมตร

ให้  $x$  แทนความยาวเป็นเซนติเมตร

ให้  $y$  แทนความยาวเป็นมิลลิเมตร

ดังนั้น  $10x = y$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	10	20	30	40	50



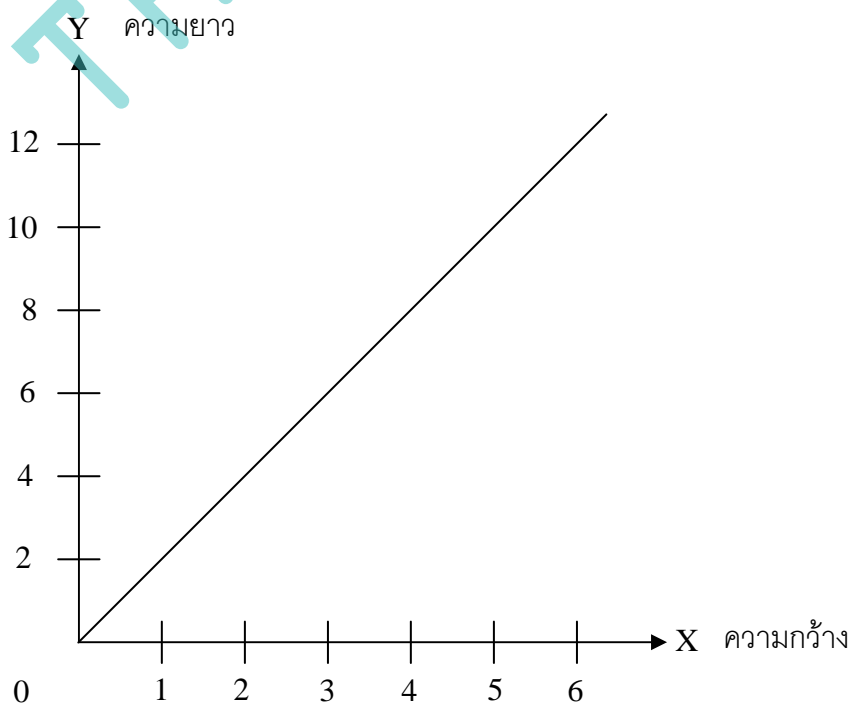
4) ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นสองเท่าของความกว้าง

ให้  $x$  แทนระยะของความกว้าง

ให้  $y$  แทนความยาวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ดังนั้น  $2x = y$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	4	6	8	10



2. นักเรียนคนหนึ่งทดลองหาความยาวของลวดสปริงอันหนึ่งที่แขวนติดกับเพดาน โดยใช้ตุ้มถ่วงน้ำหนักเพิ่มขึ้นครั้งละ 10 กรัม จนถึง 50 กรัม แล้วบันทึกผลการทดลองได้ดังตาราง

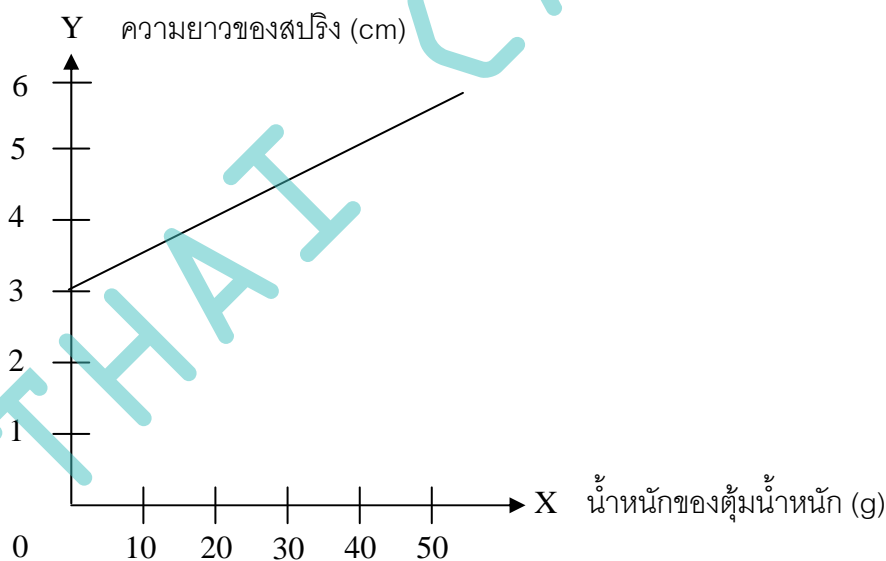
น้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก (กรัม)	ความยาวของลวดสปริง (เซนติเมตร)
0	3.0
10	3.5
20	4.0
30	4.5
40	5.0
50	5.5

ให้แกน X แสดงน้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก เป็นกรัม

ให้แกน Y แสดงความยาวของลวดสปริง เป็นเซนติเมตร

จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของตุ้มน้ำหนัก และความยาวของลวดสปริง

x	0	10	20	30	40	50
y	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5



จากกราฟข้างต้น เขียนเป็นสมการได้  $y = \frac{1}{20}x + 3$

และใช้กราฟที่ได้ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) เมื่อถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 5 กรัม และ 25 กรัม ลวดสปริงจะยาวเท่าใด

ตอบ จากสมการ  $y = \frac{1}{20}x + 3$

แทน  $x = 5$  กรัม จะได้  $y = 3.25$  เซนติเมตร

ดังนั้น เมื่อถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 5 กรัม ลวดสปริงจะยาว 3.25 เซนติเมตร

2) เมื่อลวดสปริงยาว 3.75 เซนติเมตร ต้มน้ำหนักที่ถ่วงจะมีน้ำหนักเท่าใด

ตอบ จากสมการ  $y = \frac{1}{20}x + 3$

แทน  $y = 3.75$  เซนติเมตร จะได้  $x = 15$  กรัม

ดังนั้น เมื่อลวดสปริงจะยาว 3.75 เซนติเมตร ต้องถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 15 กรัม

3) เมื่อกำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักของตุ้มน้ำหนักและความยาวของลวดสปริงยังคงเดิม ถ้าตุ้มน้ำหนักที่ถ่วงเพิ่มขึ้น แล้วความยาวของลวดสปริงเป็นอย่างไร

ตอบ เมื่อน้ำหนักที่ถ่วงเพิ่มขึ้น ความยาวของลวดสปริงก็ต้องเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น

3. เนื่องจากแสงเดินทางในอากาศเร็วกว่าเสียง ดังนั้นเราจะเห็นฟ้าแลบก่อนได้ยินเสียงฟ้าผ่าเสมอ ถ้าสถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากตัวเราทุกๆ 1 กิโลเมตร จะได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบไปแล้ว 3 วินาที

ถ้าให้  $x$  แทนเวลาเป็นวินาทีที่ได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบ

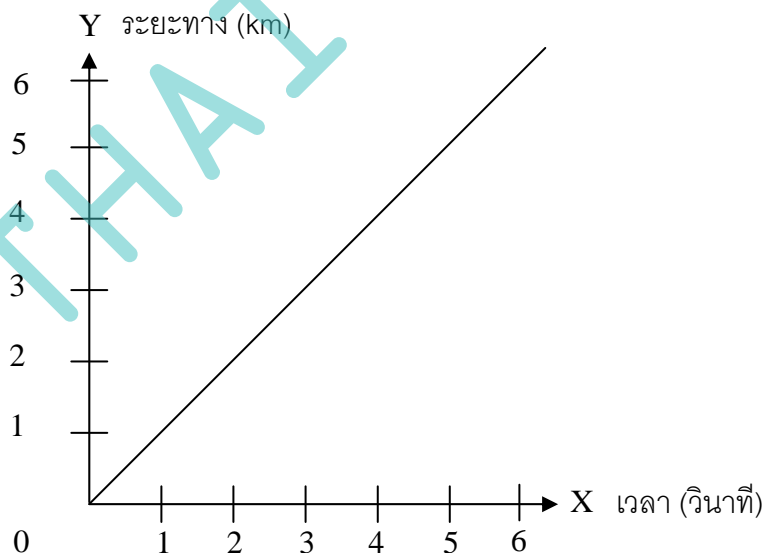
$y$  แทนระยะทางเป็นกิโลเมตรที่สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกต

ให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่างที่เว้นไว้ในตารางต่อไปนี้

x	3	6	9	12	15	18
y	1	2	3	4	5	6

1) จงเขียนกราฟแสดงระยะทางที่สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกตเมื่อได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบในเวลาต่างๆกัน โดยให้แกน X แสดงเวลาเป็นวินาที และแกน Y แสดงระยะทางเป็นกิโลเมตร

ตอบ



2) ถ้าผู้สังเกตได้ยินเสียงฟ้าผ่าหลังจากเห็นฟ้าแลบ 5 วินาที สถานที่เกิดฟ้าผ่าอยู่ห่างจากผู้สังเกตกี่กิโลเมตร

ตอบ จากสมการเส้นตรง  $y = ax + b$

เมื่อ  $a = slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  และ  $b = 0$  แล้ว

จะได้สมการ  $y = \frac{1}{3}x + 0$  หรือ  $y = \frac{1}{3}x$

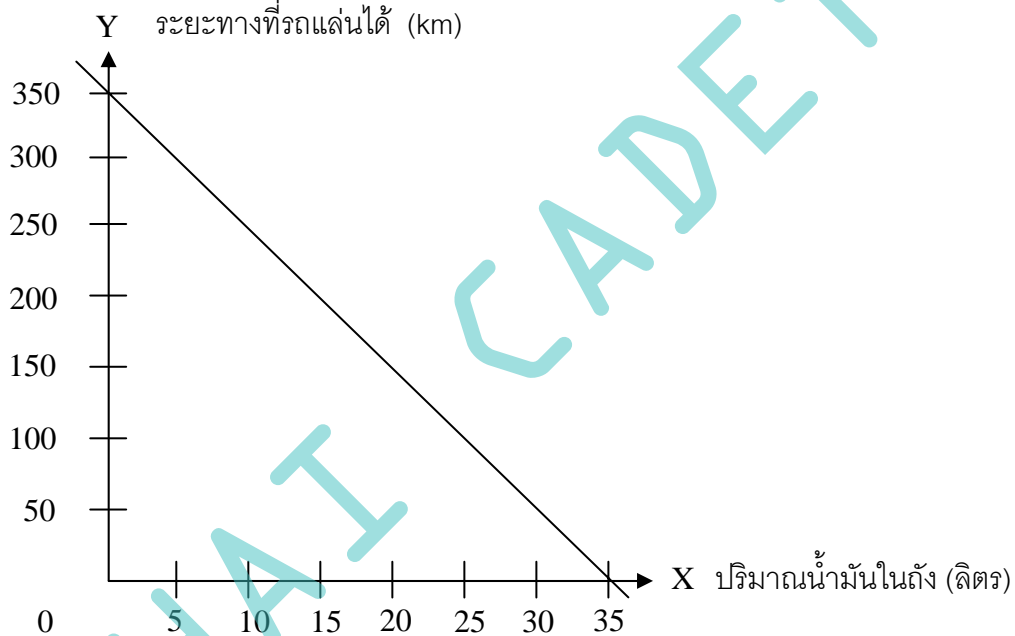
แทนค่า  $x = 5$  จะได้  $y = \frac{5}{3}$  กิโลเมตร

4. ตารางข้างล่างแสดงปริมาณน้ำมันในถังของรถยนต์คันหนึ่งหลังจากแล่นไปแล้วในระยะเวลาช่วงหนึ่ง

จาก

ระยะทางที่แล่นได้ (กิโลเมตร)	0	50	100	150	200	250	300
ปริมาณน้ำมันในถัง (ลิตร)	35	30	25	20	15	10	5

ข้อมูลที่กำหนดให้ในตาราง จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำมันในถัง กับระยะทางที่รถยนต์แล่นได้ โดยให้แกน X แสดงปริมาณน้ำมันในถัง และแกน Y แสดงระยะทางที่รถยนต์แล่นได้



จากสมการเส้นตรง  $y = ax + b$

เมื่อ  $a = slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 350}{35 - 0} = -10$  และ  $b = 350$  แล้ว

จะได้สมการ  $y = -10x + 350$

แล้วใช้กราฟที่ได้ตอบคำถามต่อไปนี้

1) เมื่อรถยนต์แล่นได้ 60 กิโลเมตร จะเหลือน้ำมันในถังกี่ลิตร

ตอบ แทน  $y = 60$  กิโลเมตร จะได้  $60 = -10x + 350$

$$x = \frac{60 - 350}{-10} = \frac{-290}{-10} = 29 \text{ ลิตร}$$

2) เมื่อมีน้ำมันเหลืออยู่ในถัง 12 ลิตร รถยนต์แล่นไปแล้วเป็นระยะทางกี่กิโลเมตร

ตอบ แทน  $x = 12$  ลิตร จะได้  $y = -10(12) + 350$

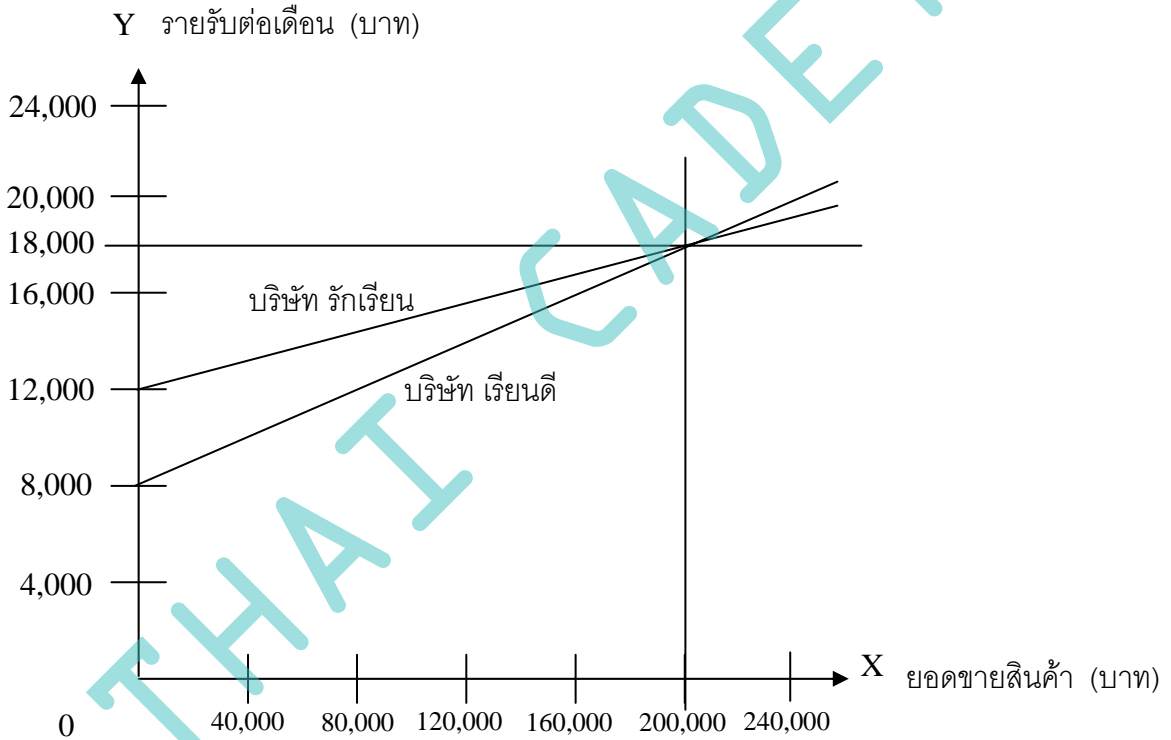
$$= -120 + 350$$

$$= 230 \text{ กิโลเมตร}$$

- 3) ถ้ามีน้ำมัน 35 ลิตรในถัง รถยนต์คันนี้จะแล่นได้ระยะทางอย่างมากที่สุดกี่กิโลเมตร  
ถ้ามีน้ำมัน 35 ลิตร แล้วใช้จนหมดถึง ดังนั้น  $x = 0$  ลิตร

$$\begin{aligned} \text{ตอบ} \quad \text{แทน } x = 0 \text{ ลิตร} \quad \text{จะได้ } y &= -10(0) + 350 \\ &= 0 + 350 \\ &= 350 \quad \text{กิโลเมตร} \end{aligned}$$

5. รายรับต่อเดือนของพนักงานขายของบริษัทเรียนดีเท่ากับ 8,000 บาท รวมกับ 5% ของยอดขายสินค้า ส่วนพนักงานของบริษัทรักเรียนจะมีรายได้ต่อเดือนเท่ากับ 12,000 บาท รวมกับ 3% ของยอดขายสินค้า จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างยอดขายสินค้าต่อเดือน กับรายรับของพนักงานขายของบริษัททั้งสองโดยใช้แกนคู่เดียวกัน เมื่อกำหนดให้แกน X แสดงยอดขายสินค้าเป็นบาท และแกน Y แสดงรายรับต่อเดือนเป็นบาท



$$\text{รายรับ บ.เรียนดี} = 8,000 + \frac{5}{100}x$$

$$\text{หรือ } y_1 = 8,000 + \frac{5}{100}x$$

$$\text{รายรับ บ.รักเรียน} = 12,000 + \frac{3}{100}x$$

$$\text{หรือ } y_2 = 12,000 + \frac{3}{100}x$$

แล้วใช้กราฟตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) รายรับของพนักงานขายของทั้งสองบริษัทเป็นอย่างไร เมื่อยอดขายสินค้าของแต่ละบริษัทเป็น 200,000 บาท จงอธิบาย

ตอบ เมื่อยอดขายสินค้าของแต่ละบริษัทเป็น 200,000 บาท

$$\begin{aligned}\text{รายรับพนักงาน บ.เรียนดี} &= 8,000 + \frac{5}{100}x \\ &= 8,000 + \frac{5}{100}(200,000) \\ &= 8,000 + 10,000 = 18,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

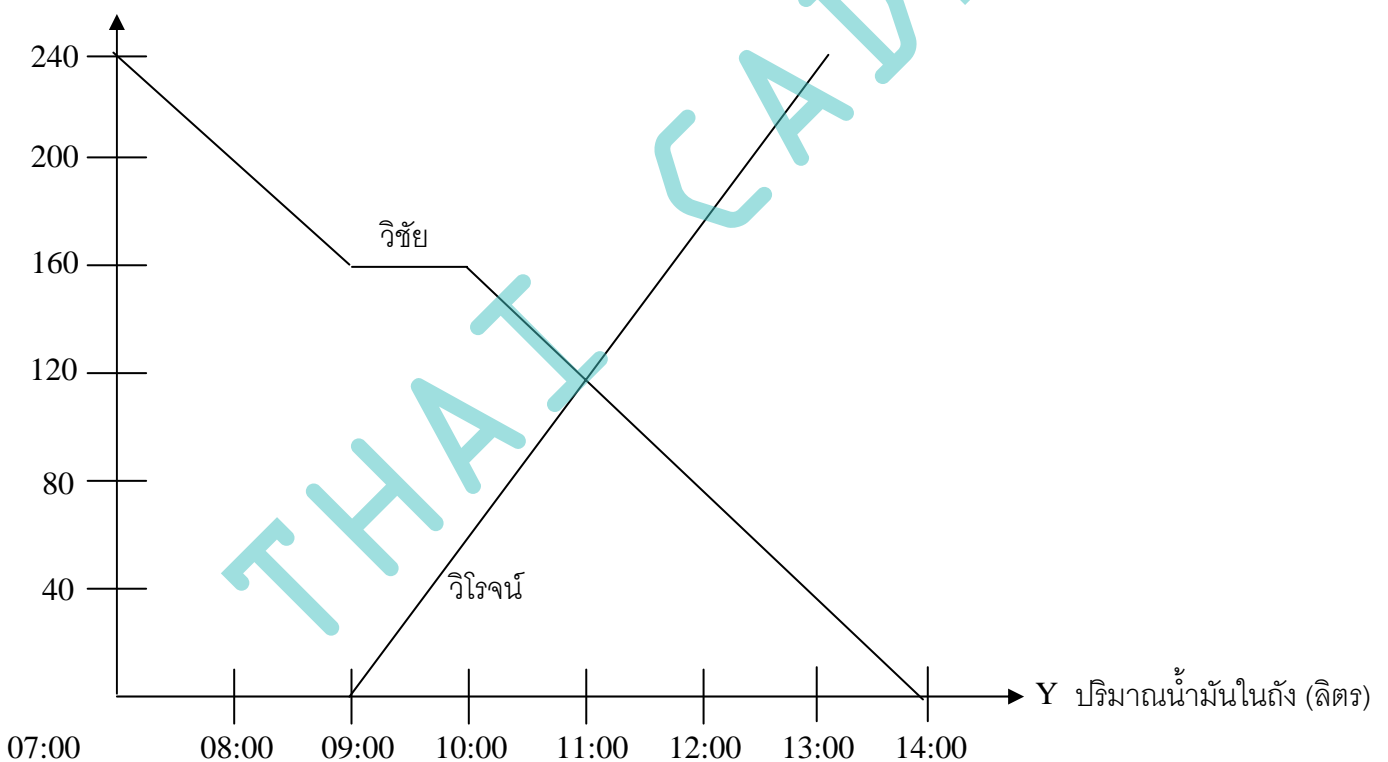
$$\begin{aligned}\text{รายรับพนักงาน บ.รักเรียน} &= 12,000 + \frac{3}{100}x \\ &= 12,000 + \frac{3}{100}(200,000) \\ &= 12,000 + 6,000 = 18,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

2) พนักงานขายของบริษัทใดมีรายรับต่อเดือนมากกว่ากัน จงอธิบาย

ตอบ หากยอดขายน้อยกว่า 200,000 บาท/เดือน พนักงานของ บ.รักเรียนจะมีรายได้มากกว่า หากยอดขายมากกว่า 200,000 บาท/เดือน พนักงานของ บ.เรียนดีจะมีรายได้มากกว่า

6. วิชัยเดินทางจากเมือง ก ไปยังเมือง ข ส่วนวิโรจน์เดินทางจากเมือง ข ไปยังเมือง ก ในเส้นทางเดียวกัน การเดินทางของทั้งสองคนแสดงได้ดังกราฟ

Y ระยะทางที่รถแล่นได้ (km)



จากกราฟจงตอบคำถามต่อไปนี้

1) วิชัยและวิโรจน์เริ่มออกเดินทางในเวลาใด

ตอบ วิชัยเริ่มออกเดินทางในเวลา 07:00  
และ วิโรจน์เริ่มออกเดินทางในเวลา 09:00

2) เมือง ก และเมือง ข อยู่ห่างกันเป็นระยะทางเท่าใด

ตอบ 240 กิโลเมตร

3) วิชัยและวิโรจน์จะพบกันเมื่อเวลาใด และห่างจากเมือง ข เป็นระยะทางเท่าใด

ตอบ จากกราฟ ทั้งสองจะพบกันเวลา 11:00 และจะพบกันที่ระยะทางห่างจากเมือง ข เท่ากับ 120 กิโลเมตร

4) ใครถึงจุดหมายก่อนกัน และถึงก่อนเป็นเวลาเท่าใด

ตอบ วิโรจน์ถึงเวลา 13:00

วิชัยถึงเวลา 14:00

ดังนั้น วิโรจน์ถึงที่หมายก่อนวิชัยเป็นเวลา 1 ชั่วโมง

5) จากกราฟข้างต้น จงอธิบายการเดินทางของวิชัยและวิโรจน์

ตอบ วิชัยเริ่มเดินทางเวลา 07:00

เขาเดินทางเป็นระยะทาง  $240 - 160 = 80$  กิโลเมตร โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง

ดังนั้น ช่วงแรก เขาใช้ความเร็วเฉลี่ย  $\frac{80}{2} = 40$  กิโลเมตร/ชั่วโมง

จากนั้น เขาหยุดพักตั้งแต่เวลา 09:00 - 10:00 เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

แล้วออกเดินทางต่อจนถึงที่หมาย เป็นระยะทางอีก 160 กิโลเมตร โดยใช้เวลา 4 ชั่วโมง

ดังนั้น ช่วงที่สองนี้ เขาใช้ความเร็วเฉลี่ย  $\frac{160}{4} = 40$  กิโลเมตร/ชั่วโมง

วิโรจน์เริ่มออกเดินทางตั้งแต่เวลา 09:00 - 13:00 ไม่มีการหยุดพัก รวม 4 ชั่วโมง

ได้ระยะทาง 240 กิโลเมตร

ดังนั้น ความเร็วเฉลี่ยของการเดินทางของวิโรจน์  $= \frac{240}{4} = 60$  กิโลเมตรต่อชั่วโมง

1. สมการในแต่ละข้อต่อไปนี้ สมการใดเป็นสมการเชิงเส้น สองตัวแปร
- การกำหนดว่า สมการใด เป็นสมการเชิงเส้น ให้ดูเลขชี้กำลังของตัวแปร หากตัวแปรใดมีเลขชี้กำลัง  $> 1$  สมการนั้น ไม่เป็นสมการเชิงเส้น
  - และสมการใด มีตัวแปรเพียง 2 ตัวแปร เช่น  $x$  และ  $y$  ;  $a$  และ  $b$  เป็นต้น สมการนั้น เป็นสมการสองตัวแปร
- ดังนั้น จากตัวอย่างทั้ง 5 ข้อ จึงกล่าวได้ว่า ข้อ 1) และ 3) เป็นสมการเชิงเส้น สองตัวแปร  
 ข้อ 2) ไม่ใช่ เพราะ  $x$  ยกกำลัง 2  
 ข้อ 4) ไม่ใช่ เพราะ  $y$  ยกกำลัง 2  
 ข้อ 5) ไม่ใช่ เพราะ ทั้งสมการ มี  $x$  เป็นตัวแปรอยู่ตัวเดียว

ตอบ

2. เขียนสมการเชิงเส้น สองตัวแปรในรูป  $Ax + By + C = 0$  คือ  $A, B$  และ  $C$  เป็นค่าใดที่

1)  $5x - 2y - 9 = 0$

$A = 5, B = -2$  และ  $C = -9$

2)  $6.4y + 1 = 7x$

หรือ  $7x - 6.4y - 1 = 0$

$A = 7, B = -6.4$  และ  $C = -1$

3)  $y = \frac{1}{2}x - \frac{4}{3}$  หรือ  $\frac{1}{2}x - y - \frac{4}{3} = 0$

ได้  $A = \frac{1}{2}, B = -1$  และ  $C = -\frac{4}{3}$

4)  $-3x - 1.5y = 0$  หรือ  $-3x - 1.5y + 0 = 0$

ได้  $A = -3, B = -1.5$  และ  $C = 0$

5)  $6y = 3.5$  หรือ  $0x + 6y - 3.5 = 0$

ได้  $A = 0, B = 6$  และ  $C = -3.5$

ตอบ

แบบฝึกหัด 2.2ก

จงเขียนกราฟของสมการเชิงเส้น สองตัวแปร ต่อไปนี้

- |                  |                      |
|------------------|----------------------|
| 1. $y = x - 4$   | 2. $2x + y = -3$     |
| 3. $-x - 3y = 1$ | 4. $-4x + 2y = 0$    |
| 5. $x - 5y = 5$  | 6. $2y - 3x + 6 = 0$ |
| 7. $y - 3x = 0$  | 8. $2y + 5x = 0$     |

★ สังเกตว่า สมการเชิงเส้นใดๆ จะลากผ่าน และตัดทั้งแกน X และแกน Y  
 ทุกจุดที่ตัดแกน X ค่า  $y = 0$  เช่น  $(-2, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(7\frac{1}{2}, 0)$  เป็นต้น  
 และทุกจุดที่ตัดแกน Y ค่า  $x = 0$  เช่น  $(0, 3)$ ,  $(0, 4\frac{2}{3})$  เป็นต้น

★★ ดังนั้น เมื่อทราบจุดตัดแกน X (แทนค่า  $y = 0$ ) และจุดตัดแกน Y (แทนค่า  $x = 0$ ) ได้  
 เราก็สามารถเขียนกราฟได้

- พิจารณา
- 1)  $y = x - 4$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $y = 0 - 4 = -4$   
 ได้จุดตัด  $(0, -4)$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $0 = x - 4$  แล้ว  $x = 4$   
 ได้จุดตัด  $(4, 0)$
  - 2)  $2x + y = -3$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $2(0) + y = -3$  แล้ว  $y = -3$   
 ได้จุดตัด  $(0, -3)$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $2x + 0 = -3$  แล้ว  $x = -\frac{3}{2}$   
 ได้จุดตัด  $(-\frac{3}{2}, 0)$
  - 3)  $-x - 3y = 1$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $-(0) - 3y = 1$  แล้ว  $y = -\frac{1}{3}$   
 ได้จุดตัด  $(0, -\frac{1}{3})$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $-x - 3(0) = 1$  แล้ว  $x = -1$   
 ได้จุดตัด  $(-1, 0)$
  - 4)  $-4x + 2y = 0$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $-4(0) + 2y = 0$  แล้ว  $y = 0$   
 ได้จุดตัด  $(0, 0)$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $-4x + 2(0) = 0$  แล้ว  $x = \frac{0}{-4} = 0$   
 ได้จุดตัด  $(0, 0)$  เช่นกัน แล้แต่ถ้า กราฟไม่ผ่านจุด  $(0, 0)$   
 ให้  $x = 5$  จะได้  $-4(5) + 2y = 0$   

$$-20 = -2y$$

$$y = \frac{-20}{-2} = 10$$
 ได้จุดตัด  $(5, 10)$

5)  $x - 5y = 5$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $0 - 5y = 5$  หรือ  $y = \frac{5}{-5} = -1$   
 ได้แก้มัด  $(0, -1)$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $x - 5(0) = 5$  หรือ  $x = 5$   
 ได้แก้มัด  $(5, 0)$

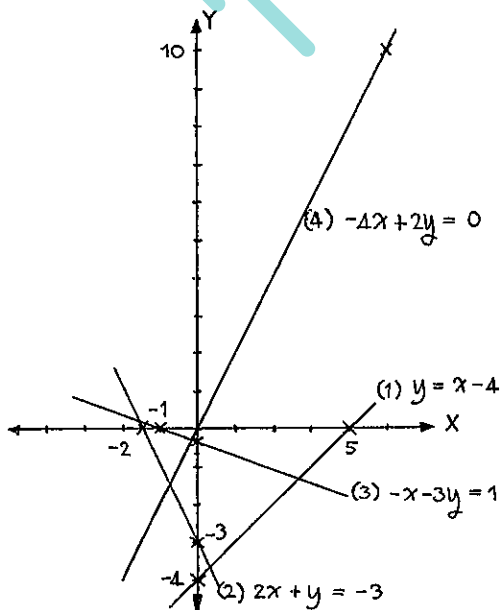
6)  $2y - 3x + 6 = 0$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $2y - 3(0) + 6 = 0$   
 $2y = -6$  หรือ  $y = \frac{-6}{2} = -3$   
 ได้แก้มัด  $(0, -3)$   
 ให้  $y = 0$  ได้  $2(0) - 3x + 6 = 0$  หรือ  $-3x = -6$   
 ดังนั้น  $x = \frac{-6}{-3} = 2$   
 ได้แก้มัด  $(2, 0)$

7)  $y - 3x = 0$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $y = 3(0) = 0$   
 ได้แก้มัด  $(0, 0) \rightarrow$  กราฟผ่านจุดกำเนิด  $(0, 0)$   
 ให้  $x = 1$  ได้  $y - 3(1) = 0$  หรือ  $y = 3$   
 ได้แก้มัด  $(1, 3)$

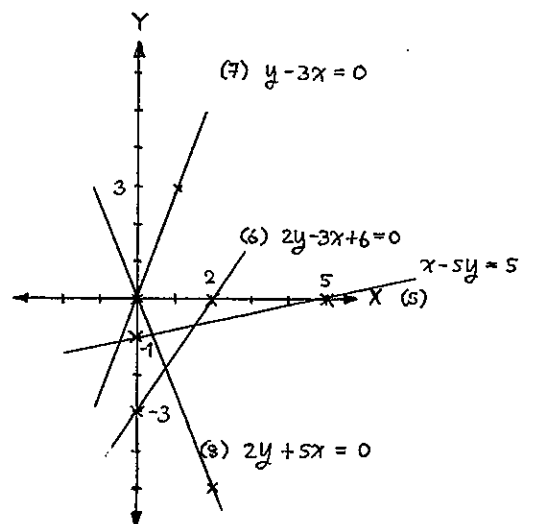
8)  $2y + 5x = 0$   
 ให้  $x = 0$  ได้  $2y + 5(0) = 0$  หรือ  $y = 0$   
 ได้แก้มัด  $(0, 0) \rightarrow$  กราฟผ่านจุดกำเนิด  $(0, 0)$   
 ให้  $x = 2$  ได้  $2y + 5(2) = 0$  หรือ  $2y + 10 = 0$   
 $y = \frac{-10}{2} = -5$   
 ได้แก้มัด  $(2, -5)$

\* สังเกตว่า ข้อ 4) 7) และ 8) เป็นสมการที่ผ่านจุด  $(0, 0)$  เพราะทั้งสามสมการนี้ เมื่อจัดให้อยู่ในรูป  $AX + BY + C = 0$  จะพบว่า  $C = 0$  หรือสมการเหล่านี้ ไม่มีค่า  $C$  นั้นเอง ตอบ

กราฟของสมการ ข้อ 1)  $\rightarrow$  4)



กราฟของสมการข้อ 5)  $\rightarrow$  8)



แบบฝึกหัด 2.2 ข

1. จงเขียนกราฟของสมการ  $2x + y = 0$  ,  $x - y = 0$  ,  $y = -\frac{1}{2}x$  และ  $y = \frac{2}{3}x$  โดยใช้แกนคู่เดียวกัน แล้วหาค่าสามตัวต่อไปนี้

พิจารณา สมการ  $2x + y = 0$

ให้  $x = 0$  ได้  $y = 0$  ได้พิกัด  $(0, 0)$

ให้  $x = 1$  ได้  $2(1) + y = 0$  หรือ  $2 + y = 0$

จะได้  $y = -2$  และได้พิกัด  $(1, -2)$

สมการ  $x - y = 0$  หรือ  $x = y$

ให้  $x = 0$  ได้  $y = 0$  เช่นกัน ได้พิกัด  $(0, 0)$

ให้  $x = 3$  ได้  $y = 3$  ได้พิกัด  $(3, 3)$

สมการ  $y = -\frac{1}{2}x$

ให้  $x = 0$  ได้  $y = -\frac{1}{2}(0) = 0$  ได้พิกัด  $(0, 0)$

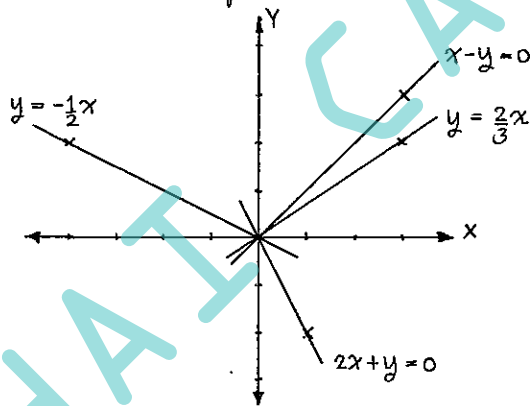
ให้  $x = -4$  ได้  $y = -\frac{1}{2}(-4) = 2$  ได้พิกัด  $(-4, 2)$

สมการ  $y = \frac{2}{3}x$

ให้  $x = 0$  ได้  $y = 0$  ได้พิกัด  $(0, 0)$

ให้  $x = 3$  ได้  $y = \frac{2}{3}(3) = 2$  ได้พิกัด  $(3, 2)$

นี่ทั้งสี่สมการ มาเขียนกราฟ อยู่ในระบบพิกัดฉาก  $xy$  เดียวกัน จะได้ ดังนี้



1) กราฟทั้งสี่สมการ มีลักษณะร่วมกัน คือผ่านจุด  $(0, 0)$  เพราะ หากจัดรูปสมการทั้งสี่ ในรูปของ  $Ax + By + C = 0$  แล้ว จะพบว่า  $C = 0$  หรือไม่มีค่า  $C$

2) คำตอบ ตามข้อ 1)

3) สมการในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $b$  คือจุดตัดแกน  $Y$  ถ้า  $b = 0$  กราฟจะตัดแกน  $Y$  ที่พิกัด  $(x, 0)$  จึงจะผ่านจุดกำเนิด  $(0, 0)$  เสมอ ถ้า  $x = 0$  ตอบ

2. จงเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้แกนคู่เดียวกัน

(สมการเส้นตรง  $y = ax + b$   
เมื่อ  $a =$  ความชัน และ  $b =$  จุดตัดแกน  $Y$ )

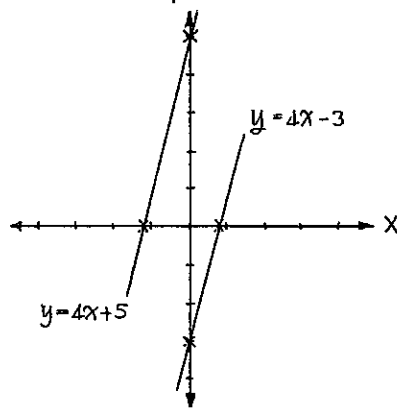
1)  $y = 4x - 3$  และ  $y = 4x + 5$

2)  $y = 2x + 3$  และ  $y = -x + 3$

3)  $y = -3x + 4$  และ  $y = 4x$

4)  $-x + y - 5 = 0$  และ  $2x + y + 1 = 0$

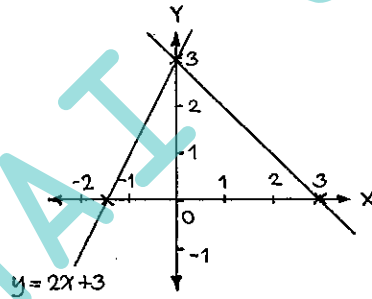
1)  $y = 4x - 3$  และ  $y = 4x + 5$   
 สมการ  $y = 4x - 3$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = -3$  ได้พิกัด  $(0, -3)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = \frac{3}{4}$  ได้พิกัด  $(\frac{3}{4}, 0)$   
 สมการ  $y = 4x + 5$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 5$  ได้พิกัด  $(0, 5)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = -\frac{5}{4}$  ได้พิกัด  $(-\frac{5}{4}, 0)$



กราฟทั้งสองนี้ขนานกัน  
 เนื่องจาก สหสัมประสิทธิ์ในรูป  $y = ax + b$   
 จะพบว่า ทั้งสองสมการ มี  $a = 4, \text{ slope} = 4$   
 หรือ ความชัน = 4 เท่ากัน

ตอบ

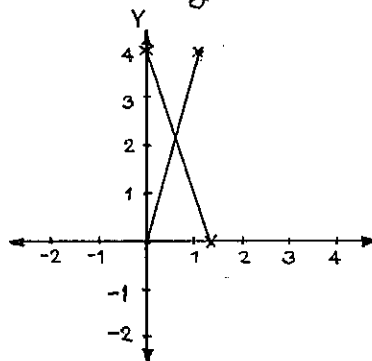
2)  $y = 2x + 3$  และ  $y = -x + 3$   
 สมการ  $y = 2x + 3$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 3$  ได้พิกัด  $(0, 3)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = -\frac{3}{2}$  ได้พิกัด  $(-\frac{3}{2}, 0)$   
 สมการ  $y = -x + 3$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 3$  ได้พิกัด  $(0, 3)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = 3$  ได้พิกัด  $(3, 0)$



กราฟทั้งสองนี้ ตัดแกน Y ที่พิกัดเดียวกัน  
 คือพิกัด  $(0, 3)$

เนื่องจาก สหสัมประสิทธิ์ในรูป  $y = ax + b$   
 จะพบว่า ทั้งสองสมการมี  $b = 3$  เท่ากัน  
 เมื่อ  $b =$  จุดตัดแกน Y ตอบ

3)  $y = -3x + 4$  และ  $y = 4x$   
 สมการ  $y = -3x + 4$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 4$  ได้พิกัด  $(0, 4)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = \frac{4}{3}$  ได้พิกัด  $(\frac{4}{3}, 0)$   
 สมการ  $y = 4x$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 0$  ได้พิกัด  $(0, 0)$   
 เมื่อ  $y = 4$  ได้  $x = 1$  ได้พิกัด  $(1, 4)$

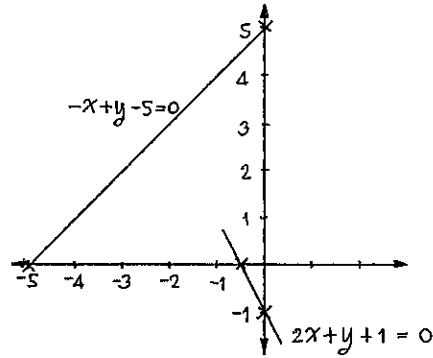


ตอบ

4)  $-x + y - 5 = 0$  และ  $2x + y + 1 = 0$

สมการ  $-x + y - 5 = 0$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 5$  ได้มีกััด  $(0, 5)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = -5$  ได้มีกััด  $(-5, 0)$

สมการ  $2x + y + 1 = 0$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = -1$  ได้มีกััด  $(0, -1)$   
 เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = -\frac{1}{2}$  ได้มีกััด  $(-\frac{1}{2}, 0)$



ตอบ

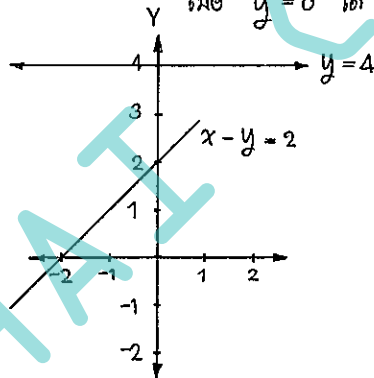
3. จงเขียนกราฟของสมการแต่ละคู่ต่อไปนี้ โดยใช้แกนคู่เดียวกัน แล้วหาจุดตัดของกราฟ

1)  $y = 4$  และ  $x - y = 2$

สมการ  $y = 4$  คือ กราฟขนานแกน X ตัดแกน Y ที่มีกััด  $(0, 4)$

สมการ  $x - y = 2$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = -2$  ได้มีกััด  $(0, -2)$

เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = 2$  ได้มีกััด  $(2, 0)$



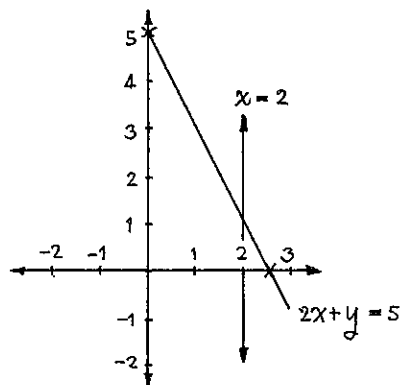
ตอบ

2)  $x = 2$  และ  $2x + y = 5$

สมการ  $x = 2$  คือ กราฟขนานแกน Y ตัดแกน X ที่มีกััด  $(2, 0)$

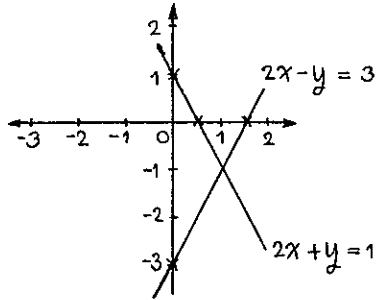
สมการ  $2x + y = 5$  เมื่อ  $x = 0$  ได้  $y = 5$  ได้มีกััด  $(0, 5)$

เมื่อ  $y = 0$  ได้  $x = \frac{5}{2}$  ได้มีกััด  $(\frac{5}{2}, 0)$



ตอบ

3)  $2x + y = 1$  และ  $2x - y = 3$   
 สหสมการ  $2x + y = 1$  เมื่อ  $x=0$  ได้  $y=1$  ได้จุดตัด  $(0, 1)$   
 เมื่อ  $y=0$  ได้  $x=\frac{1}{2}$  ได้จุดตัด  $(\frac{1}{2}, 0)$   
 สหสมการ  $2x - y = 3$  เมื่อ  $x=0$  ได้  $y=-3$  ได้จุดตัด  $(0, -3)$   
 เมื่อ  $y=0$  ได้  $x=\frac{3}{2}$  ได้จุดตัด  $(\frac{3}{2}, 0)$



ตอบ

4. จงนิยามโดยไม่ว่าจะเขียนกราฟว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปรแต่ละคู่ต่อไปนี้ มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน หรือ ตัดกัน

\* กราฟ ขนานกัน เมื่อค่า  $a$  หรือ slope เท่ากัน  
 กราฟ ตัดกัน เมื่อค่า  $a$  หรือ slope คู่กันได้  $-1$

1)  $y = 2x + 3$  และ  $y - 2x = 1$   
 หรือ  $y = 2x + 3$  และ  $y = 2x + 1$   
 เมื่อ  $a = 2$  เท่ากัน กราฟทั้งสองนี้ ขนานกัน

2)  $2x + 3y = -1$  และ  $2x - 3y = 3$   
 หรือ  $y = -\frac{2x}{3} - \frac{1}{3}$  และ  $y = \frac{2x}{3} - 1$

เมื่อ  $a_1 = -\frac{2}{3}$  และ  $a_2 = \frac{2}{3}$  ดังนั้น กราฟทั้งสองไม่ขนานกัน และจะตัดกัน

3)  $4x - 2y + 3 = 0$  และ  $3x + y + 1 = 0$   
 หรือ  $y = \frac{-4x - 3}{(-2)} = 2x + \frac{3}{2}$

และ  $y = -3x - 1$

เมื่อ  $a_1 = 2$  และ  $a_2 = -3$  ดังนั้น กราฟทั้งสองไม่ขนานกัน และจะตัดกัน

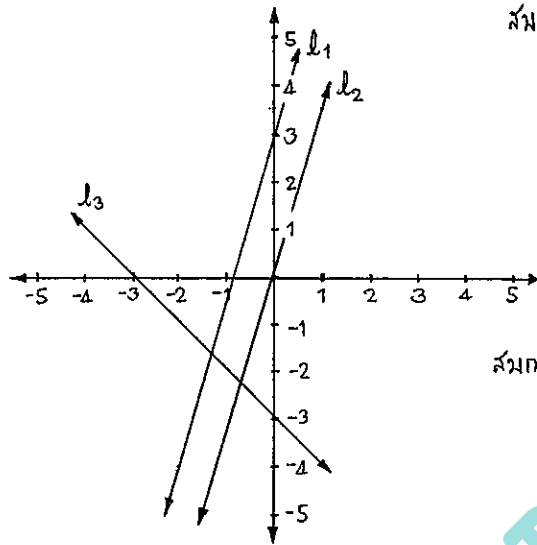
4)  $2x - y = 3$  และ  $4x - 2y = 8$   
 หรือ  $y = 2x - 3$  และ  $y = \frac{4x - 8}{2} = 2x - 4$

เมื่อ  $a_1 = a_2 = 2$

ดังนั้น กราฟทั้งสองเส้นนี้ ขนานกัน

ตอบ

5. กำหนดกราฟของสมการเชิงเส้น เป็นเส้นตรง  $l_1$ ,  $l_2$  และ  $l_3$  โดยใช้แกนคู่เดียวกัน ดังรูป ให้นักหาค่า  $y = \frac{7}{2}x$ ,  $y = \frac{7}{2}x + 3$  และ  $y = -x - 3$  เป็นสมการของกราฟข้างต้น จงหาว่าเส้นตรงใด เป็นกราฟของสมการใด



จาก  $y = ax + b$

สมการ  $y = \frac{7}{2}x$  มี  $a = \frac{7}{2}$ ,  $b = 0$

เป็นกราฟที่มีความชันเป็นบวก + ตัดแกน Y ที่  $y = 0$

ดังนั้น  $y = \frac{7}{2}x$  คือกราฟ  $l_2$

สมการ  $y = \frac{7}{2}x + 2$  มี  $a = \frac{7}{2}$ ,  $b = 2$

เป็นกราฟที่มีความชันเป็นบวก + ตัดแกน Y ที่  $y = 2$

ดังนั้น  $y = \frac{7}{2}x + 2$  คือกราฟ  $l_1$

และ สมการ  $y = -x - 3$  มี  $a = -1$  และ  $b = -3$

เมื่อ  $a = -1$  ดังนั้น กราฟที่มีความชันเป็นลบ

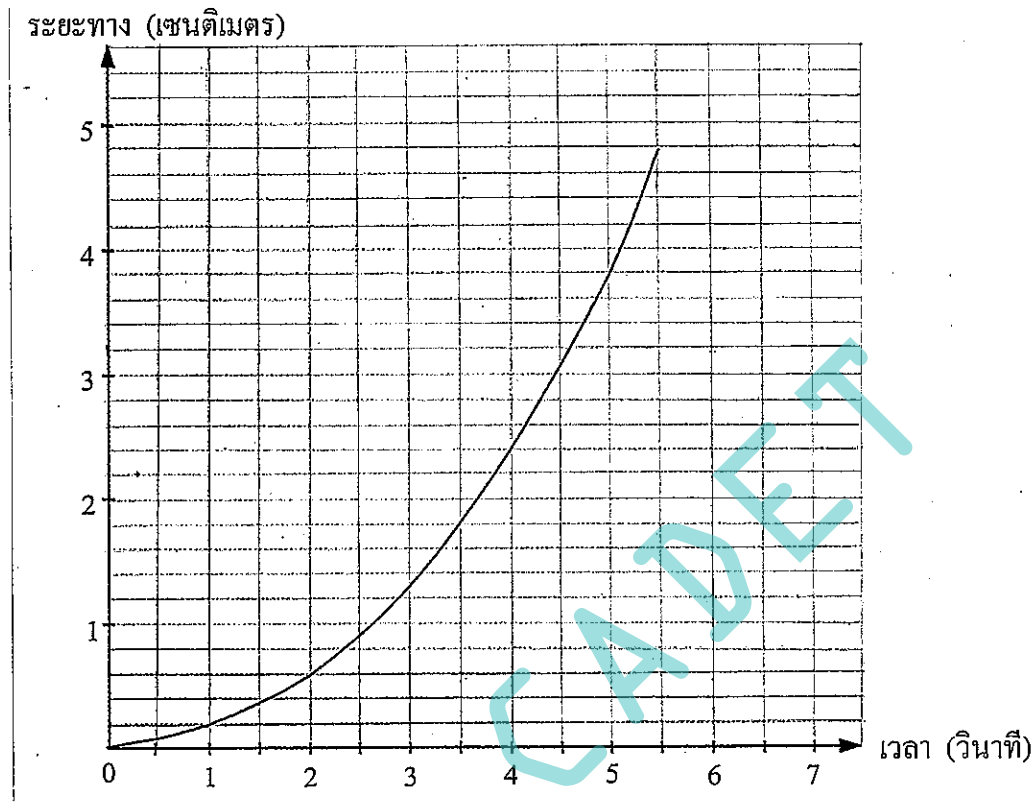
กราฟ  $y = -x - 3$  คือกราฟ  $l_3$

ตอบ

THAI

แบบฝึกหัด 2.3

1. เมื่อปล่อยรถเข็นเด็กเล่นคันหนึ่งให้เคลื่อนที่อิสระลงตามพื้นเอียง (พื้นเอียงทำมุมประมาณ  $15^\circ$  กับแนวระดับ) การแสดงตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างเวลาเป็นวินาที กับ ระยะทางเป็นเซนติเมตร เป็นดังนี้



จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที รถเข็นเด็กเล่นเคลื่อนได้ระยะทางเท่าไร  
ตอบ 0.6 เซนติเมตร
- 2) เมื่อรถเข็นเด็กเล่นเคลื่อนได้ทาง 3.8 เซนติเมตร ใช้เวลากี่วินาที  
ตอบ 5 วินาที
- 3) เวลาตั้งแต่ 0 วินาที ถึง 2 วินาที รถเข็นเด็กเล่นเคลื่อนได้ระยะทางเพิ่มขึ้นเท่าใด  
ตอบ  $0.6 - 0 = 0.6$  เซนติเมตร
- 4) เวลาตั้งแต่ 2 วินาที ถึง 4 วินาที รถเข็นเด็กเล่นเคลื่อนได้ระยะทางเพิ่มขึ้นเท่าใด  
ตอบ ที่เวลา 4 วินาที รถเคลื่อนได้ระยะทาง 2.4 เซนติเมตร  
 ที่เวลา 2 วินาที รถเคลื่อนได้ระยะทาง 0.6 เซนติเมตร  
 ดังนั้น รถเคลื่อนได้ระยะทางเพิ่มขึ้น = 1.8 เซนติเมตร
- 5) จากคำตอบข้อ 3) และ 4) นักเขียนคิดหาอัตราเร็วในแต่ละช่วงเวลา มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร  
ตอบ อัตราเร็วของเวลา  $0 \rightarrow 2$  วินาที =  $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} = \frac{0.6 - 0}{2 - 0} = 0.3 \text{ cm/s}$   
 อัตราเร็วของเวลา  $2 \rightarrow 4$  วินาที =  $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}} = \frac{2.4 - 0.6}{4 - 2} = \frac{1.8}{2} = 0.9 \text{ cm/s}$

6) จากกราฟ และคำทบทวนที่ได้ในข้อ 5 ) ให้อธิบายคร่าว ๆ เกี่ยวกับกราฟเปลี่ยนแปลงของระยะทางที่รถยนต์เด็กเล่นเคลื่อนที่ได้ ในช่วงเวลาต่าง ๆ

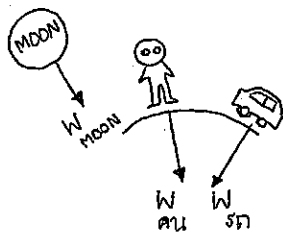
ตอบ จะเห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป รถยนต์เด็กเล่น จะมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง ที่ยบต่อเวลา มากขึ้น ซึ่ง เราเรียก อัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง ว่า ความเร็ว  
 $\Delta$  เวลา

และ เราเรียก อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว ว่า ความเร่ง  
 $\Delta$  เวลา

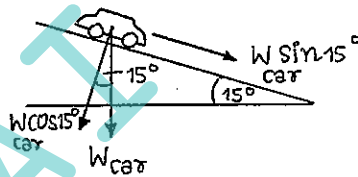
ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า รถยนต์เด็กเล่น มีความเร็ว เพิ่มขึ้น และ ความเร่ง เพิ่มขึ้น

? เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น ???

ตามที่ มวลสารใดๆ ซึ่งอยู่บนโลก จะถูกดึงดูดด้วยแรงดึงดูดของโลก ซึ่ง แรงดึงดูดของโลก มีค่า =  $9.81 \text{ m/s}^2$  เรียกสั้น ๆ ว่า g-force  
 นั่นแหละ คือแรงดึงดูดระหว่าง มวลสาร กับ g-force  
 หรือ  $W = mg$



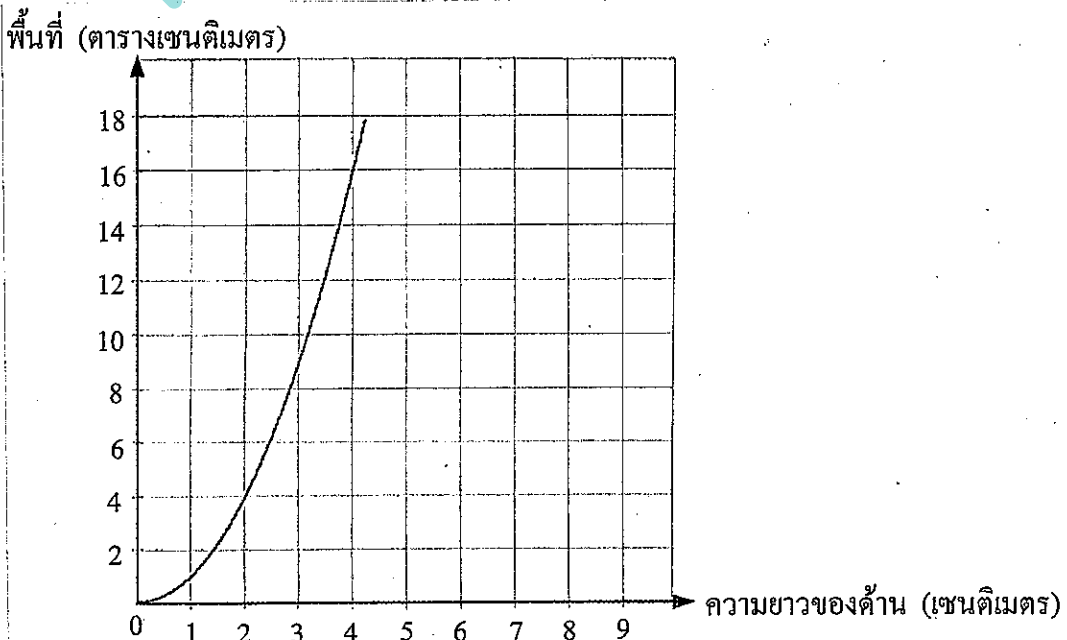
ทุกสารบนโลก ถูกโลกดึงดูดไว้  
 แม้แต่รถจักรยาน ก็ยังถูกโลกดึงดูดไว้เลย  
 รวมทั้ง น้ำทุกหยดในทะเล และชั้นบรรยากาศที่ห่อหุ้มโลก



รถเด็กเล่น จะแล่นลงจากนั้นเอง  
 ด้วยแรงขนาด  $W_{car}$  สี่ท 15°  
 โดย  $W_{car} = m_{car} \times (g\text{-force})$

หากความรู้เพิ่มเติม ได้ในวิชา วิทยาศาสตร์ เรื่อง การเคลื่อนที่ แนวเส้นตรง ครับ ตอบ

2. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความยาวของด้าน และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นดังนี้



จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีด้านยาว 1.5 cm จะมีพื้นที่เท่าใด

ตอบ จากกราฟ ถ้า  $x = 1.5$  จะได้  $y = 2$  เท่าๆ แต่ไม่แน่ใจว่า 2 เท่าๆ เท่าไร  
แต่หากทราบดีว่า สำหรับ □ จตุรัส นั้น พื้นที่ = ด้าน<sup>2</sup>  
=  $(1.5)^2$   
= 2.25 cm<sup>2</sup>

ตอบ

2) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 16 cm<sup>2</sup> จะมีความยาวของด้านเท่าใด

ตอบ จาก พื้นที่ = ด้าน<sup>2</sup>  
16 = ด้าน<sup>2</sup>  
∴ ด้าน =  $\sqrt{16} = 4$  cm

หรือ สามารถ อ่าน ค่าตอบได้จากกราฟ เช่นกัน

ตอบ

3) เมื่อเปรียบเทียบคำตอบข้อ 1) และ 2) แล้ว จะพบว่า คำตอบทั้งสอง และ กราฟข้างต้น ได้มาจากสมการ

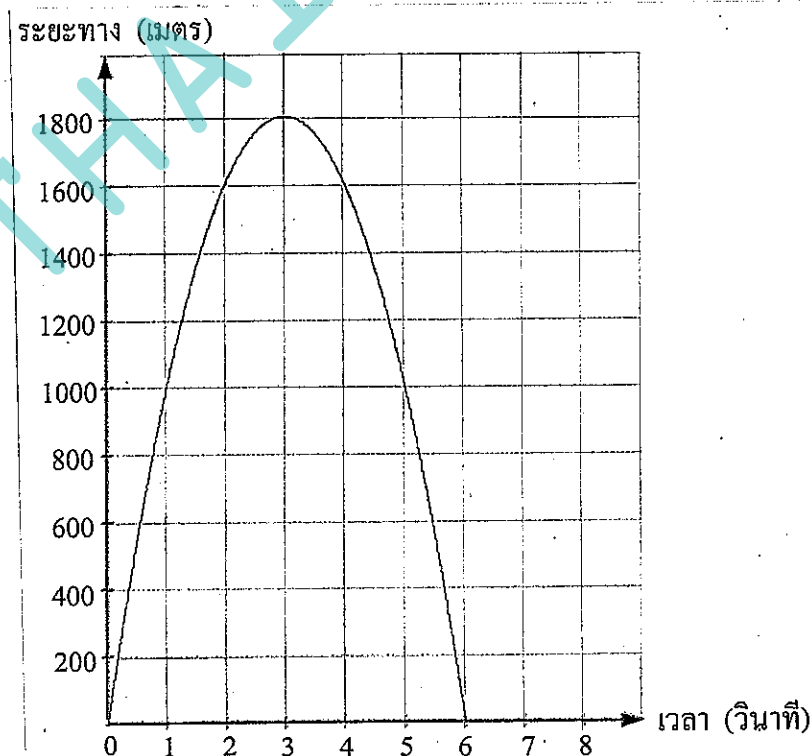
$y = x^2$  เมื่อ  $x$  แทนความยาวของด้านของ □ จตุรัส  
และ  $y$  แทน พื้นที่ □ จตุรัส นั้นเอง

ตอบ

4) จากกราฟ จะพบว่า พื้นที่ของ □ จตุรัส มีค่าเท่ากับกำลังสองของความยาวของรูป □ จตุรัส  
เมื่อ  $x$  เพิ่มขึ้น  $y$  จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า

ตอบ

3. กราฟต่อไปนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลา เป็นวินาที กับระยะทางที่จรวด อยู่สูงจากพื้นดิน เป็นเมตร



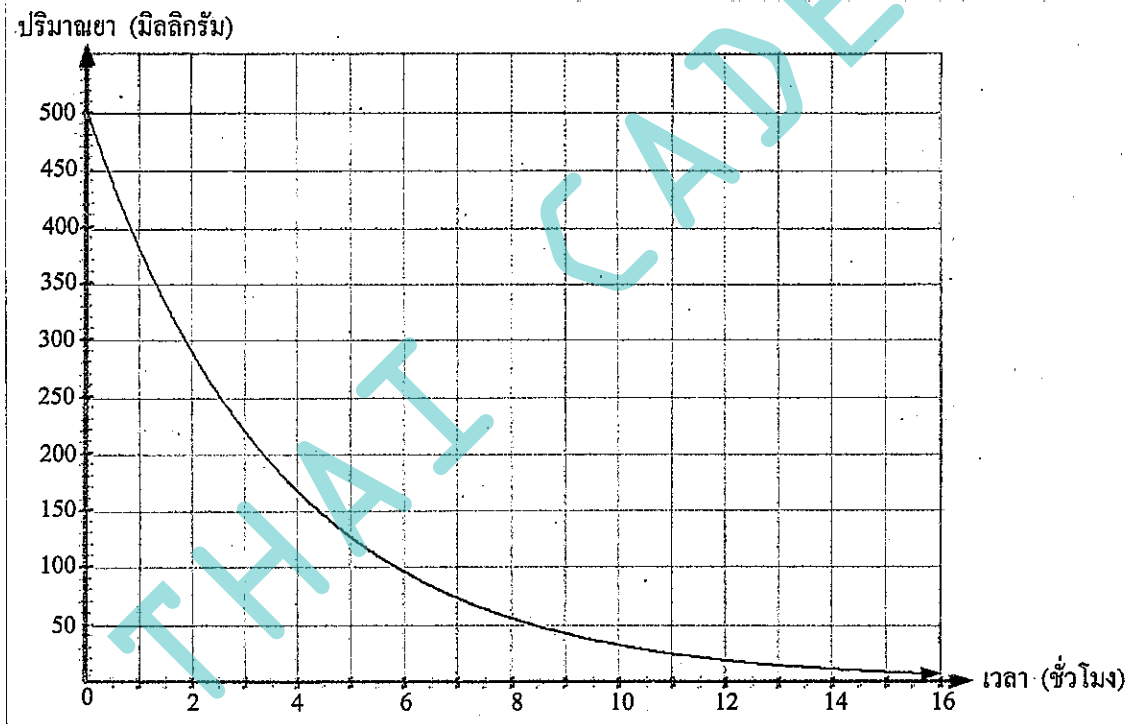
จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จรวดขึ้นไปได้สูงสุด ในเวลา 3 วินาที
- 2) หลังจากยิงไปแล้ว 2 วินาที จรวดขึ้นไปได้สูง 1,600 เมตร
- 3) จรวดอยู่สูง 1,000 เมตร หลังจากยิง ขึ้นไปได้นาน 1 วินาที (ขาขึ้น) และ 5 วินาที (ขาลง)
- 4) จากกราฟ อธิบายได้ว่า

ช่วงเวลา วินาที ที่  $0 \rightarrow 3$  เป็นช่วงจรวดพุ่งขึ้น จรวดมีความเร็วต้นสูงมาก และความเร็วลดลง จนหมด ความเร็วในวินาทีที่ 3 ได้ระยะสูง 1,800 เมตร

ช่วงเวลา วินาทีที่  $3 \rightarrow 6$  จรวดเปลี่ยนนกลงตามทิศทาง (ความเร็ว) เหนือลงตามจุดนี้ (ความเร็ว) โดยพุ่งลง เพิ่มความเร็วขึ้น ระยะทางก็ลดลงไปเรื่อยๆ จุดที่จรวดกระทบพื้นนี้ จรวดมีความสูง = 0 เมตร , ความเร็ว = ความเร็วสูงสุด ตอบ

4. นิยามกราฟแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างเวลา หลังการรับประทาน และปริมาณของยาในกระแสเลือด 500 mg ในร่างกายของมนุษย์ (ทางกราฟเรียกระยะเวลาที่ปริมาณยาในร่างกายลดลงครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิมว่า Half-life)



จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) หลังรับประทานไปแล้ว 1 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาคงเหลืออยู่ในร่างกาย 380 mg
- 2) Half-life ของยามีค่าประมาณ 2.5 ชั่วโมง  
นิยามร่างกาย ๆ ที่ จุดเริ่มต้น ยา มีปริมาณ 500 mg และยาเหลือปริมาณ 250 mg เมื่อเวลาผ่านไป 2.5 ชั่วโมง และอีก 2.5 ชั่วโมง ยาจะเหลือปริมาณ 125 mg
- 3) เมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาคงเหลือในร่างกาย = 95 mg
- 4) จากข้อ 3) มียาคงเหลือในร่างกาย 95 mg แล้ว รับประทานเพิ่มไปอีก 500 mg ทำให้มียารวมกัน เท่ากับ 595 mg จากนั้น เมื่อเวลาผ่านไป  $2\frac{1}{2}$  ชั่วโมง (เท่ากับ Half-life) จะมีปริมาณยาเหลือ  $\frac{595}{2} = 297.5$  mg
- 5) 5 ครั้งชีวิต คือจำนวนครึ่งชีวิต 5 ครั้ง จากยา 500 mg

ปริมาณยา (mg):  $500 \rightarrow 250 \rightarrow 125 \rightarrow 62.5 \rightarrow 31.25 \rightarrow 15.625$

Half-life ครั้งที่ : 1 2 3 4 5

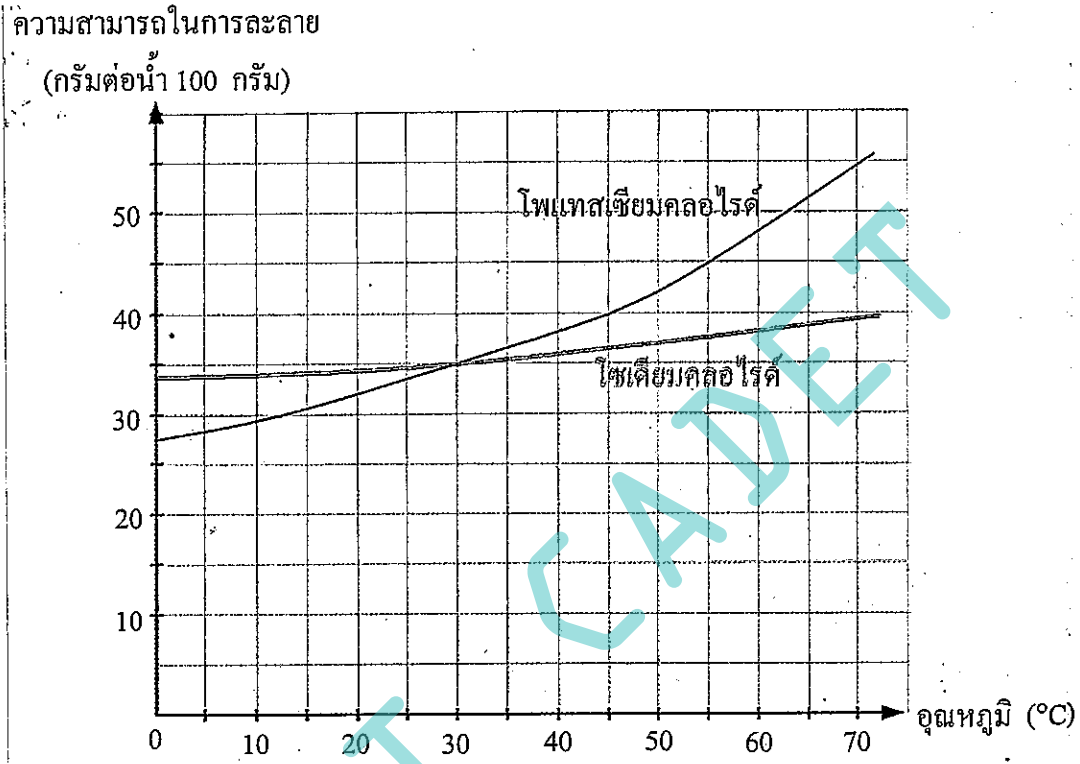
5) (ต่อ) ซึ่ง 5 เครื่องใช้ไฟฟ้า เท่ากับเวลา  $5 \times 2.5 = 12.5$  ชั่วโมง

ปริมาณยาที่เหลือ เท่ากับ  $15.625 \text{ mg}$  ที่ยาปริมาณนี้ จะไม่เกิดผลข้างเคียง

6) จากกราฟ เมื่อเวลาผ่านไป ปริมาณยา จะลดลงไปเรื่อยๆ จนถึงแต่ ชั่วโมงที่ 16 เป็นต้นไป ปริมาณยา ในร่างกาย แพทย์จะหมดไป จนเหลือ 0 mg

ตอบ

5. กราฟ แสดงความสามารถในการละลายของ โนแทสซีมคอลลอยด์ และโซเดียมคอลลอยด์ในน้ำ 100 g ณ อุณหภูมิต่างๆ



จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ที่อุณหภูมิ  $30^{\circ}\text{C}$  ความสามารถในการละลายของสารทั้งสอง ชนิดเท่ากัน และสารทั้งสองละลายได้ 35 g
- 2) ที่  $t = 20^{\circ}\text{C}$  โซเดียมคอลลอยด์ละลายน้ำได้ดีกว่า
- 3) ที่  $t = 50^{\circ}\text{C}$  โนแทสซีมคอลลอยด์ละลายน้ำได้ดีกว่า
- 4) จากกราฟ ที่อุณหภูมิ  $0 \rightarrow 30^{\circ}$  โซเดียมคอลลอยด์ละลายน้ำได้ดีกว่า  
ที่อุณหภูมิ  $30^{\circ}$  เป็นต้นไป โนแทสซีมคอลลอยด์ละลายน้ำได้ดีกว่า
- 5) ถ้าเพิ่มอุณหภูมิของน้ำไปที่  $t = 75^{\circ}\text{C}$  โนแทสซีมคอลลอยด์ ก็ยังมีความสามารถในการละลายได้ดีกว่า ตอบ

6. แรงเคลื่อนไฟฟ้า 110 V และ 220 V ถูกแสดงด้วยกราฟ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความต้านทาน เป็นโอห์ม ( $\Omega$ ) และปริมาณกระแสไฟฟ้าไหลผ่านได้ เป็นแอมแปร์ (A) ของแรงเคลื่อน 110 V และ 220 V ดังกราฟต่อไปนี้

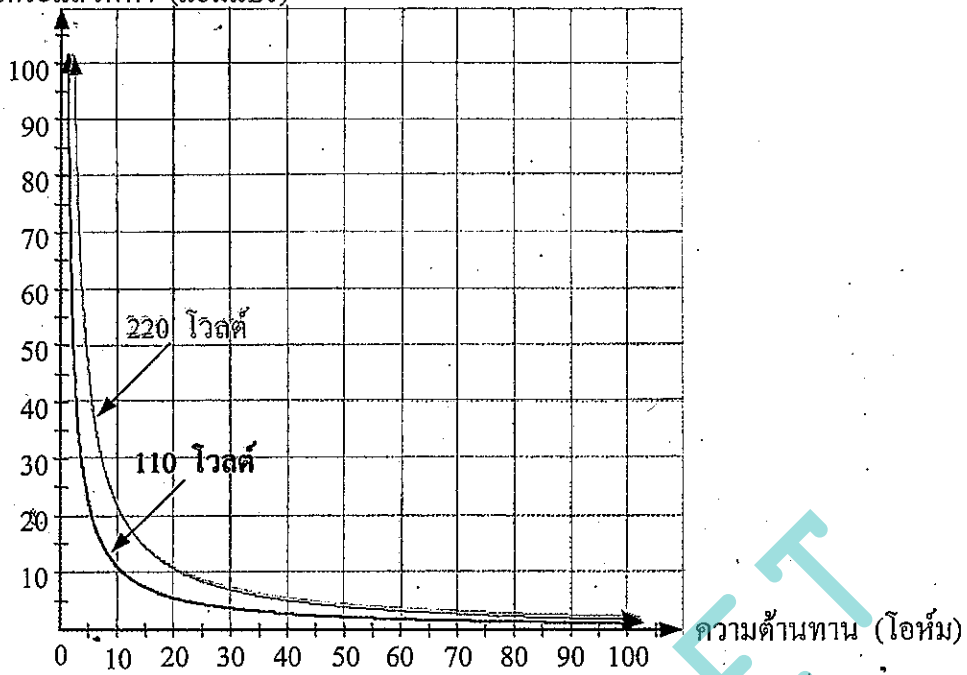
ความสัมพันธ์ ระหว่าง แรงเคลื่อนไฟฟ้า (V) , ปริมาณกระแสไฟฟ้า (I) , และ ความต้านทาน (R) เป็นดังนี้ ;  $V = IR$

V มีหน่วยเป็น Volt - V

I มีหน่วยเป็น Ampere - Amp

และ R มีหน่วยเป็น Ohm -  $\Omega$

ปริมาณกระแสไฟฟ้า (แอมแปร์)

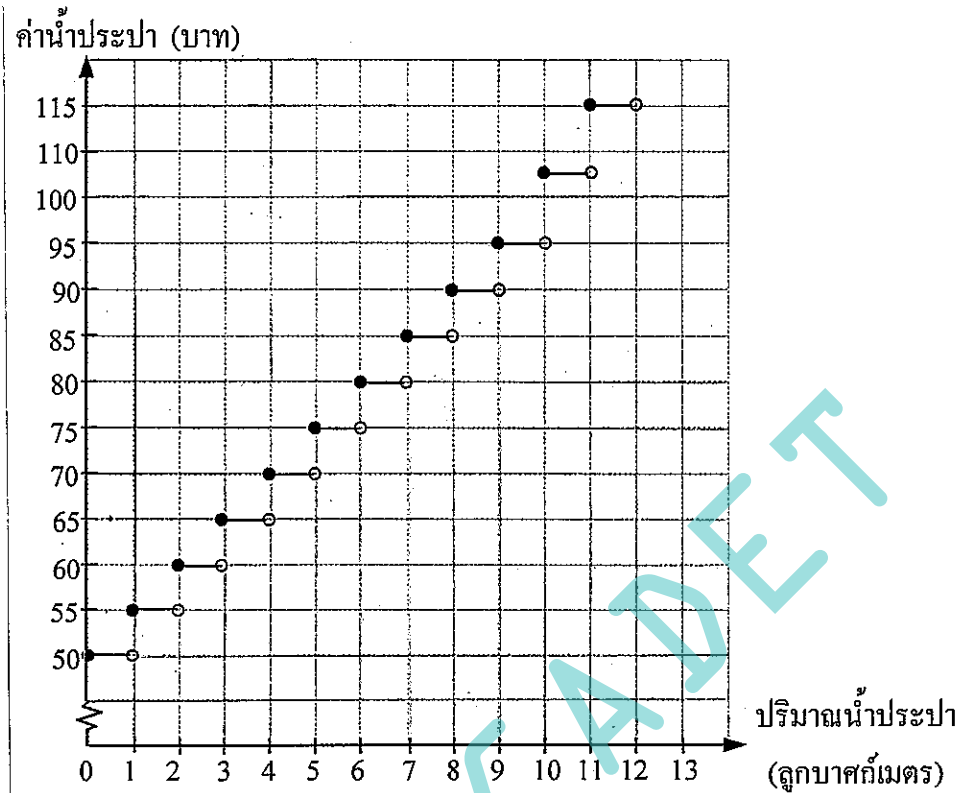


จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้ ( นิยามความสัมพันธ์  $V = IR$  รวมด้วย )

- 1) ที่  $V = 110 \text{ V}$  ถ้า  $R = 10 \ \Omega$  จะมี  $I = 11 \text{ Amp}$
- 2) ที่  $V = 220 \text{ V}$  ถ้า  $R = 10 \ \Omega$  จะมี  $I = 22 \text{ Amp}$
- 3) ถ้า  $R$  คงที่ ไฟฟ้า 220 V จะมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านมากกว่า ( นิยามจากกราฟ และสัมพันธ์  $V = IR$  ประกอบกัน )
- 4) ที่  $V = 110 \text{ V}$  ถ้า  $I = 10 \text{ Amp}$  จะมี  $R = 11 \ \Omega$
- 5) ที่  $V = 220 \text{ V}$  ถ้า  $I = 10 \text{ Amp}$  จะมี  $R = 22 \ \Omega$
- 6) จาก  $V = IR$  ถ้า  $I$  คงที่ ไฟฟ้าความต่างศักย์ 220 V จะมีความต้านทานไฟฟ้านั้นมากกว่า
- 7) จากกราฟแต่ละระบบ ถ้า  $R$  เพิ่มขึ้น  $I$  จะลดลง  
 หน้าที่แน่นอนว่า  $R$  - Resistance คือ ความต้านทานไฟฟ้า  
 ถ้าความต้านทานไฟฟ้า ( $R$ ) มีค่ามาก กระแสไฟฟ้า ( $I$ ) ย่อมผ่านได้น้อยลง

ตอบ

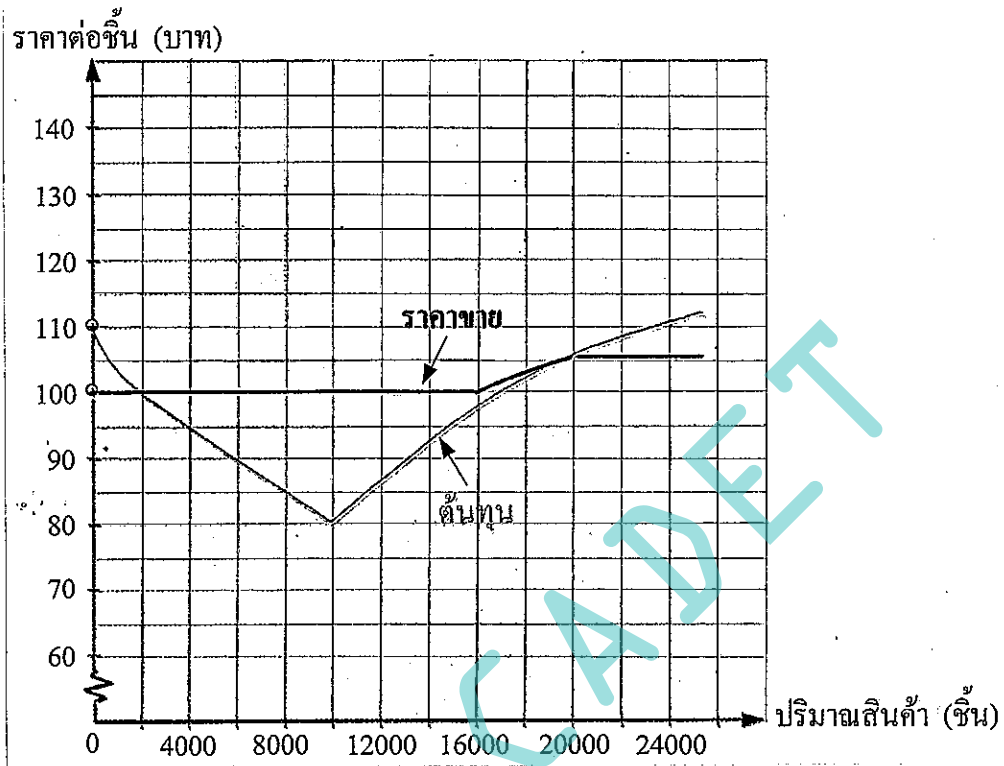
๗. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณน้ำประปาที่ใช้ ( $\text{m}^3$  - ลูกบาศก์เมตร) ใน 1 เดือน กับเงินที่จ่าย (บาท) ของหมู่บ้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้



จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้ (กรอ่านกราฟ ●—○ นิยามราคาเฉพาะส่วนสี่ดำทึบ ●)

- 1) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ ไม่มีกรณีใช้น้ำประปาเลย จะต้องจ่ายค่าน้ำประปา 50 บาท
- 2) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ ใช้น้ำประปาไม่ถึง  $1 \text{ m}^3$  จะต้องจ่ายค่าน้ำประปา 50 บาท เช่นกัน  
สังเกตว่า กรณีนี้ ไม่ต่างกับกรณีไม่เกิดใช้น้ำประปาเลย
- 3) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ ใช้น้ำประปา  $3 \text{ m}^3$  จะต้องจ่ายค่าน้ำประปา 65 บาท  
(ไม่ใช่ 60 บาท เพราะมีราคาส่วนสี่ดำทึบ ●)
- 4) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ ใช้น้ำประปาไป  $5.2 \text{ m}^3$  จะต้องจ่ายค่าน้ำประปา 75 บาท
- 5) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ จ่ายค่าน้ำประปาไป 80 บาท แสดงว่า ใช้น้ำประปาในปริมาณ ตั้งแต่  $6 \text{ m}^3$  แต่ไม่ถึง  $7 \text{ m}^3$
- 6) ถ้าเดือนหนึ่ง ๆ มีการใช้น้ำประปาตั้งแต่  $1 \text{ m}^3$  ขึ้นไป จะทำให้ค่าน้ำประปาเพิ่มขึ้น -  
- ลูกบาศก์เมตรละ 5 บาท

8. กราฟ แสดงความสัมพันธ์ ระหว่าง ปริมาณสินค้า ที่ผลิตได้ เป็นเงิน ต่อ สัปดาห์ และ ต้นทุนการผลิต เป็นบาทต่อชิ้น และแสดง ความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณสินค้า ที่ป็นเงิน และราคาขาย เป็นบาทต่อชิ้น โดยมี สีอื่นไว้ว่า สินค้าที่ถูกผลิตขึ้น ขายได้หมดทุกชิ้น

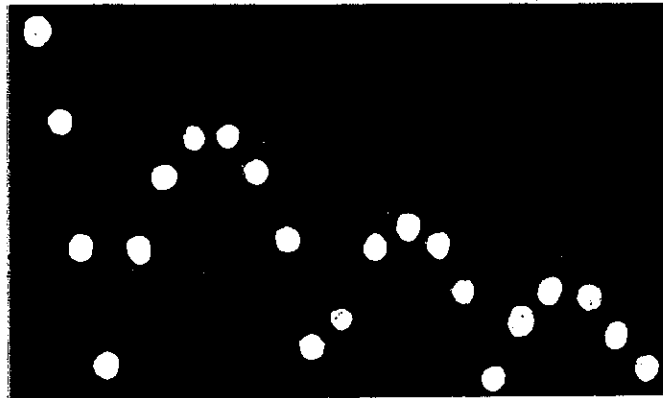


จากกราฟ จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ที่จุดคุ้มทุน ต้องผลิตสินค้า 2,000 ชิ้น และ 20,000 ชิ้น (จุดคุ้มทุน มี 2 จุด)
- 2) ที่ปริมาณสินค้า < 2,000 ชิ้น กราฟต้นทุน สูงกว่า กราฟราคาขาย แสดงว่า อยู่ในช่วงขาดทุน
- 3) ถ้าผลิตสินค้า มากกว่า 2,000 ชิ้น แต่น้อยกว่า 20,000 ชิ้น สิ่งที่เรา กราฟราคาขาย อยู่ในช่วงที่ - สูงกว่า กราฟต้นทุน แสดงว่า การค้าขาย ได้กำไร
- 4) ถ้าผลิตสินค้า มากกว่า 20,000 ชิ้น กราฟต้นทุน สูงกว่ากราฟราคาขาย การค้าขายจะขาดทุน ในความเป็นจริง หากผลิตสินค้า มากเกินไป จนเกินความต้องการของตลาด หรือสินค้าล้นตลาด ราคาสินค้าจะถูกกดลง ฉะนั้น จะขายสินค้าไม่ได้ และสินค้าที่เหลือเก็บ ก็ให้ขาดทุนได้
- 5) ต้องผลิตสินค้า ให้เกิดระยะห่าง ระหว่างกราฟ ราคาขาย และกราฟต้นทุน ให้มากที่สุด นั่นคือ ช่วงกราฟ ที่มี ปริมาณสินค้า = 10,000 ชิ้น
- 6) จากกราฟ อธิบายได้คร่าว ๆ ว่า
  - ถ้าผลิตสินค้า < 2,000 ชิ้น = ขาดทุน
  - 2,000 < ผลิตสินค้า < 20,000 = กำไร และกำไรสูงสุด จะเกิดขึ้นที่การผลิตสินค้า 10,000 ชิ้น
    - ต้นทุน  $80 \times 10,000 = 800,000$  บาท และขายได้เท่ากับ  $100 \times 10,000 = 1,000,000$  บาท ได้กำไรทั้งสิ้น 200,000 บาท
  - ถ้า ผลิตสินค้า > 20,000 ชิ้น = ขาดทุน

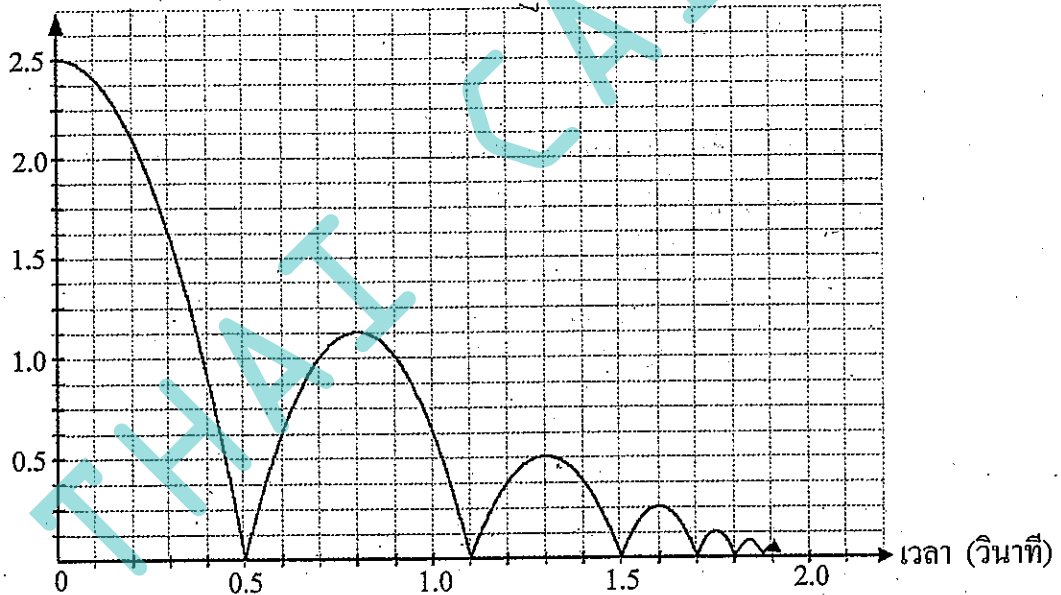
ตอบ

บอลกระทบพื้น



ในการทดลองปล่อยลูกบอลลูกหนึ่งลงพื้น แล้วจับที่ก้นการทดลอง เมื่อหาผลการทดลองที่ได้มาเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเป็นวินาที กับระยะที่ลูกบอลอยู่สูงจากพื้นเป็นเมตร ได้ดังนี้

ระยะห่างจากพื้น (เมตร)



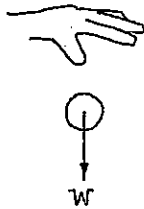
จากกราฟ เขียนบรรยายเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของลูกบอล ในช่วงเวลาต่าง ๆ ได้ ดังนี้

- ช่วงเวลา 0 - 0.5 วินาที ลูกบอลเคลื่อนที่เข้าหาพื้น ทำให้ระยะห่างจากพื้น ลดลงเรื่อย ๆ จนมีค่าเป็นศูนย์
- 0.5 - 0.8 วินาที ลูกบอลเคลื่อนที่ห่างจากพื้น จนได้ระยะสูงสุด เท่ากับ 1.1 เมตร
- 0.8 - 1.1 วินาที จากความสูงจากพื้น 1.1 เมตร ลูกบอลตกลงสู่พื้น จนสัมผัสพื้น เมื่อเวลา = 1.1 วินาที
- 1.1 - 1.3 วินาที ลูกบอลเคลื่อนที่ขึ้นห่างจากพื้น จนได้ระยะสูงสุด เท่ากับ 0.5 เมตร
- 1.3 - 1.5 วินาที จากความสูง 0.5 เมตร ลูกบอลตกลงสู่พื้น และสัมผัสพื้น ที่เวลา = 1.5 วินาที และลูกบอล จะเคลื่อนที่ เป็นวงรอบแบบนี้ จนไม่สามารถ เคลื่อนที่ห่างจากพื้น ต่อไปได้

เหตุใดจึงเป็นแบบนี้ ? (คำตอบอยู่ในหน้าถัดไป)

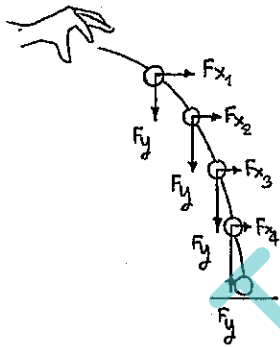
การเคลื่อนที่ลักษณะนี้ คือการเคลื่อนที่แบบ โปรเจกไทล์ (Projectile Motion)  
 คือการเคลื่อนที่แนวโค้ง ที่รวมการเคลื่อนที่ตามแนวราบ หรือแนวระดับ (Horizontal Motion) และการเคลื่อนที่ตามแนวตั้ง (Vertical Motion) ที่เนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงของโลก (G-force acceleration)  
 โดยกำหนดให้  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  (อันรายละเอียดเพิ่มเติมได้จากเนื้อหาวิชาฟิสิกส์)

หากปล่อยวัตถุ มวล  $m$  ให้ตกลงสู่พื้นโลก โดยปราศจากความเร็วดังเดิม (ไม่ไปก้มหิน ด้วยแรงใดๆ ปล่อยตกอย่างเดียว)



ก้มหิน จะตกลงสู่จุดศูนย์กลางของโลก (แต่จะกระทบพื้นดินก่อน และหยุด)  
 ที่เนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงของโลก  
เพื่อไม่ให้เกิดการเคลื่อนที่ตามแนวระดับ (แนวนอน X) ก็พื้นที่ยังการตกแบบอิสระ หรือ free fall motion ไม่ใช่การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

แต่ ถ้าเป็นการขว้างวัตถุไปข้างหน้า ตามแบบที่โจทย์กำหนดให้



$F_{x1} > F_{x2} > F_{x3} > F_{x4}$  เนื่องจาก ซึ่งเคลื่อนที่ นิ่งงานก็จึงลดลง  
 และมี  $F_y$  ซึ่งคงที่เสมอ คือ  $W$  หรือ น้ำหนักของวัตถุ  
 หรือ ผลคูณระหว่าง มวลของวัตถุ กับ ความเร่งที่เนื่องมาจากแรงโน้มถ่วงของโลกนั่นเอง

เมื่อก้มหินตกลงสู่พื้นดิน จะไม่มีความยืดหยุ่น อาจเคลื่อนที่ต่อไป -  
 -ข้างหน้าเล็กน้อย ด้วยแรงเฉื่อย (Inertia force) และจะหยุดเคลื่อนที่

และ เพราะ ลูกบอล ไม่ใช่ ก้มหิน

- ลูกบอล • มีความยืดหยุ่น เมื่อลูกบอลที่ถูกปล่อยจากมือ มีความสูงจากพื้นระดับหนึ่ง นั่นคือลูกบอลจะมีพลังงานศักย์ (Potential Energy ;  $E_p$ ) สูงสุด
  - เมื่อลูกบอล เคลื่อนที่ตกลงมา ความเร็วของมันจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เนื่องจาก พลังงานศักย์ ถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ (Kinetic Energy ;  $E_k$ ) ซึ่ง  $E_k$  จะมีค่าสูงสุด เมื่อบอลกระทบพื้น
  - จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน (Law of Energy Conservation) ที่กล่าวไว้ว่า "พลังงานจะไม่สูญหาย แต่สามารถเปลี่ยนรูปได้"
- เมื่อลูกบอลตกกระทบพื้น  $E_{k_{max}}$  จะถูกส่งผ่านความยืดหยุ่นของลูกบอล เพื่อเปลี่ยน  $E_k$  ให้เป็น  $E_p$  อีกครั้งหนึ่ง (บอลจะกระเด็นอีกรอบ เนื่องจาก  $E_k$  ยังเหลืออยู่)

$$\text{โดยที่ } E_{k_{max}} = E_p + E_{lost}$$

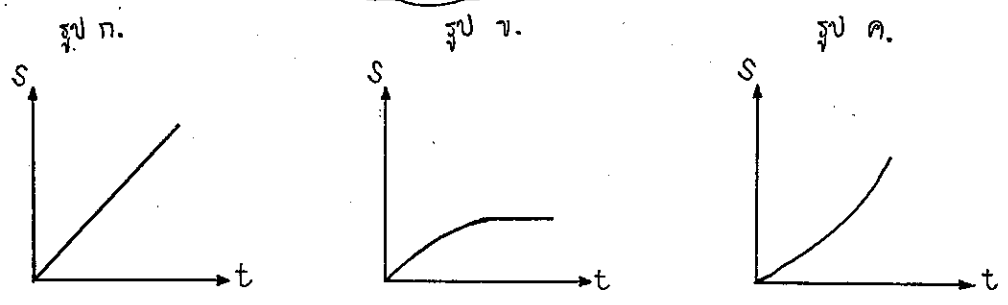
เพื่อ  $E_{lost}$  คือพลังงานที่สูญเสียไป พลังงานส่วนนี้ ถูกเปลี่ยนเป็น ความร้อน แสง เสียง และพลังงานอื่นๆ

- ดังนั้น ตารางใดที่ลูกบอลยัง เหลือพลังงาน มันจะยังสามารถกระเด็นได้ ด้วยกรเปลี่ยน  $E_k$  เป็น  $E_p$  แต่ทุกครั้ง ต้องเกิด  $E_{lost}$  หรือการสูญเสียพลังงาน ทำให้ ลูกบอลเด้งสูง น้อยลงเรื่อยๆ ต้องไม่ไกลกว่าเดิมไปเรื่อยๆ จนมันหยุดเคลื่อนที่อย่างสิ้นเชิง เมื่อมันหมด พลังงาน

! สังเกตว่า คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ เป็น "ศาสตร์" ที่ต้องศึกษา อย่างควบคู่กันไป "

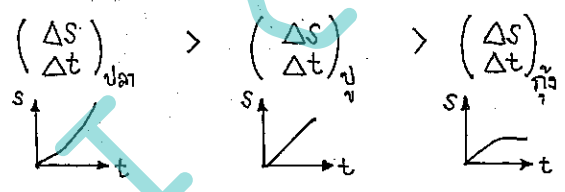
คู่ของใคร

1.



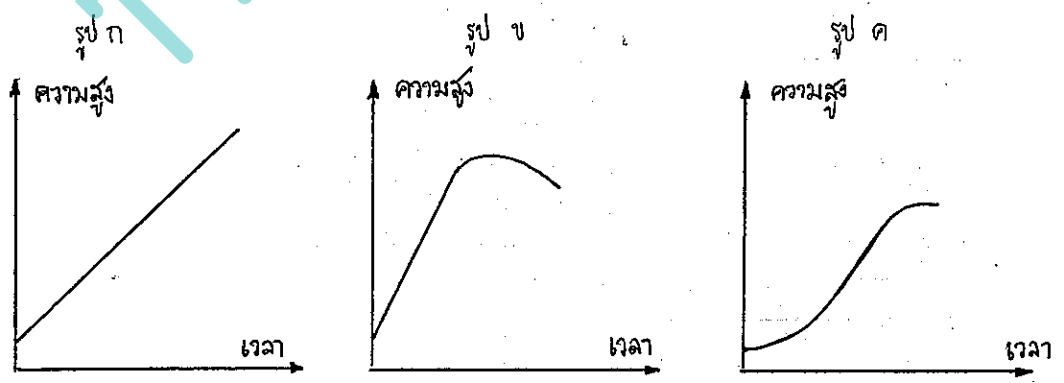
- ปู ปลา และ กุ้ง เดินกลับบ้านพร้อมกัน
- > ปู เดินด้วยอัตราเร็วคงที่ แสดงว่า เมื่อเวลาผ่านไป เขาจะเดินได้ระยะทางมากขึ้น โดยมีความสัมพันธ์เป็น -  
- รูปแนวของกราฟเป็นตรง
- > ปลา เดินด้วยอัตราเร็วที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ แสดงว่า เวลาแต่ละช่วงผ่านไปนิดเดียว แต่ระยะทางเพิ่มขึ้นมาก  
แสดงว่า ผลต่างของระยะทาง มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ กราฟจะชัน (ความชันมีมากกว่ากราฟของ ปู)
- > กุ้ง เดินด้วยอัตราเร็วลดลงเรื่อยๆ แสดงว่า เวลาแต่ละช่วงผ่านไปนาน แต่ระยะทางเพิ่มขึ้นนิดเดียว  
แสดงว่า ผลต่างของระยะทาง มีค่าน้อย กราฟจะไม่ชัน และมีแนวโน้มที่จะเบนมากเกือบขนานแกน X  
ผลต่างของเวลา

ห้คิดค่าได้ว่า ถ้า ผลต่างของระยะทาง =  $\Delta S$  และ ผลต่างของเวลา =  $\Delta t$  แล้ว



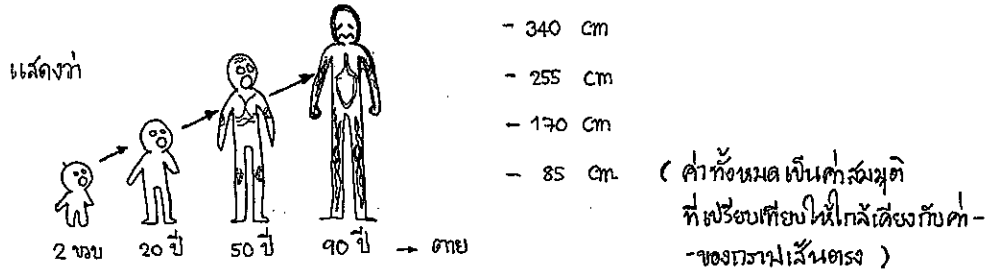
∴ รูป ก. เป็นกราฟของ ปู ; รูป ข เป็นกราฟของ กุ้ง ; รูป ค เป็นรูปของปลา ตอบ

2.

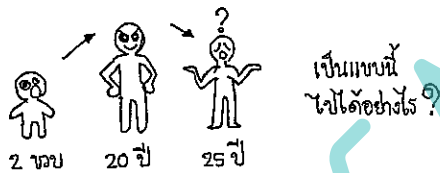


อธิบายความหมายของกราฟแต่ละตัวได้ ดังนี้

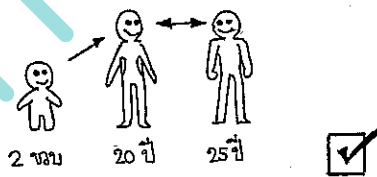
**รูป ก** เป็น ความสัมพันธ์ของเวลา และ ความสูง ที่มีกรณมีขึ้นแบบเชิงเส้น  
 หมายถึงความสูง ถ้าเด็กคนหนึ่งเกิดมา เริ่มอายุเริ่มขึ้น เขาจะมีความสูงเริ่มขึ้นเรื่อยๆ "ไม่หยุดสูง"  
 เพราะกราฟไม่มีแนวโน้มที่จะลดความชันไปขนานกับแกน X



**รูป ข** ความสัมพันธ์ของเวลา และ ความสูง มีการเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น จนถึงจุดๆหนึ่ง แล้วกราฟจะตกลงไป  
 แสดงว่า ตั้งแต่เด็กจนโต ความสูงจะเพิ่มขึ้น แต่ถ้าสูงถึงจุดๆหนึ่งแล้ว ความสูงจะลดลง  
 ซึ่ง เป็นไปไม่ได้ สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ การเจริญเติบโตของมนุษย์

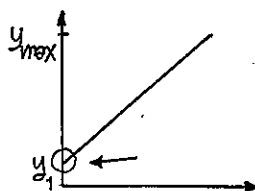


**รูป ค** ความสัมพันธ์ของเวลา และ ความสูง มีการเพิ่มขึ้นแบบหักๆ ในช่วงแรก คือช่วงวัยเด็ก  
 เมื่อถึงช่วงวัยรุ่น ความสัมพันธ์จะเพิ่มขึ้นมาก (ความชันมาก) และ ความชันของกราฟ มีแนวโน้มลดลง จน  
 ความชันเป็นศูนย์ เพราะมนุษย์ จะหยุดสูง ที่อายุประมาณ 20 ปี และจะไม่สูงเพิ่มขึ้นอีก ตลอดชีวิต



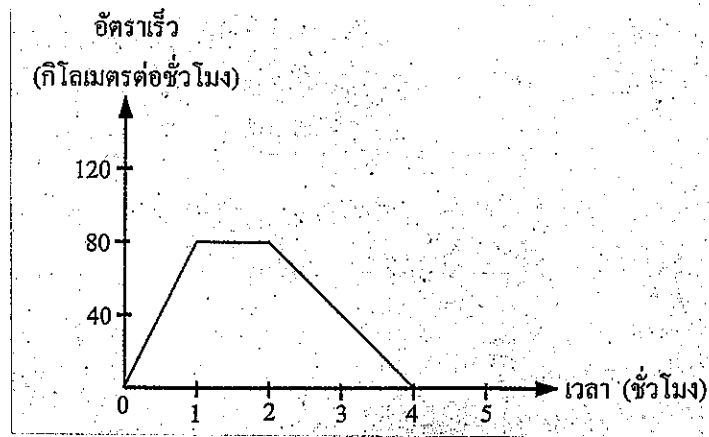
ดังนั้น กรณ รูป ค แสดง ความสูงของมนุษย์ ตั้งแต่เกิด จนอายุ 25 ปี เพื่อเทียบกับเวลาเป็นปี ได้ดีที่สุด  
 ตามคำอธิบายข้างต้น

**หมายเหตุ** ที่กราฟทั้ง 3 แบบ ไม่มีจุดเริ่มต้นที่  $y = 0$   
 แต่เริ่มต้นที่  $y$  ใดๆ ดังนี้



ทั้งนี้ เป็นเพราะ ไม่มีมนุษย์คนใด  
 ที่เมื่อเกิดมา มีความสูง = 0 cm/ft แม้แต่คนเดียว  
 เด็กทุกคนเกิดมา มีความสูงเริ่มต้นประมาณ 60-70 cm ทุกคน  
 กรณทุกเส้น จึงไม่เริ่มต้นที่  $y = 0$  นั่นเอง !

3. จากกราฟ จงอธิบายว่า กราฟต่อไปนี้ สอดคล้องกับสถานการณ์ใด จงอธิบาย



จากกราฟข้างต้น เป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง เวลา (ชั่วโมง) และ อัตราเร็ว (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

โดยมี ตัวแปรต้น คือ เวลา และตัวแปรตาม คือ อัตราเร็ว (ตัวแปรต้น = แกน X, ตัวแปรตาม = แกน Y)

กราฟถูกแบ่งออกเป็นส่วน 3 ช่วง คือ

ช่วงที่ 1 เวลา 0 → 1 (ชั่วโมงที่)

ช่วงเวลานี้ เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น อัตราเร็วจะเพิ่มขึ้น

นิยามคณิศรแล้ว  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  เป็นบวก แสดงว่า เป็นการเคลื่อนที่แบบมีความเร่ง

ช่วงที่ 2 เวลา 1 → 2 (ชั่วโมงที่)

เวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง แต่ความเร็วคงที่ คือ 80 km/hr

ช่วงที่ 3 เวลา 2 → 5 (ชั่วโมงที่)

เวลาผ่านไป 2 ชั่วโมง ความเร็วลดลงจาก 80 km/hr จนเท่ากับ 0 km/hr (รถหยุดนิ่ง)  
เป็นการเคลื่อนที่แบบความเร่งเป็นลบ หรือมีความหน่วงนั่นเอง

ดังนั้น คำตอบคือ ข้อ 3.

3. นักขับรถโดยเพิ่มอัตราเร็วจาก 0 km/hr จนถึง 80 km/hr ในเวลา 1 ชั่วโมง (slope เป็น +)

แล้วจึงขับรถที่อัตราเร็วคงที่ 80 km/hr ต่ออีก 1 ชั่วโมง

จากนั้น จึงลดอัตราเร็วลงจนรถหยุดในเวลา 2 ชั่วโมง

note : การขับรถกลับจุดเริ่มต้น มีได้บอกแนวเส้นเสมอไม่ว่า เป็นการขับรถที่มีความเร่ง เป็น (+) หรือ (-)

ถ้า การขับรถกลับไปจุดเริ่มต้น เป็นการลดความเร็ว จะเกิดความหน่วง ได้ slope เป็น (-)

ถ้า การขับรถกลับไปจุดเริ่มต้น เป็นการเพิ่มความเร็ว จะเกิดความเร่ง ได้ slope เป็น (+)