

Boeing 737-400 cruising at altitude 35,000 feet above sea level. See its lines of contrail.
Picture from MSFS 2002



The contrails of a four engine jet over London, England.

Contrails or **vapor trails** are [condensation](#) trails and artificial [cirrus clouds](#) made by the exhaust of [aircraft](#) engines or [wingtip vortices](#) which precipitate a stream of tiny [ice](#) crystals in moist, frigid upper [air](#). Being composed of water, the visible white streams are not, in and of themselves, [air pollution](#). However, contrails generated by engine exhaust are inevitably linked with typical fuel combustion pollutants. Contrails might also be considered [visual pollution](#).

From Wikipedia, the free encyclopedia

<http://en.wikipedia.org/wiki/Contrail>

บทที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$
 เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว ที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เมื่อ คู่อันดับ (x, y) เป็นคู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรใดๆ แล้ว
 เราเรียกคู่อันดับที่สอดคล้องเหล่านี้ว่า "คำตอบของสมการ"

3.1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d
 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียกระบบที่ประกอบด้วยสมการ

$$\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}$$

ที่ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร

กล่าวว่า a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

b และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของ y

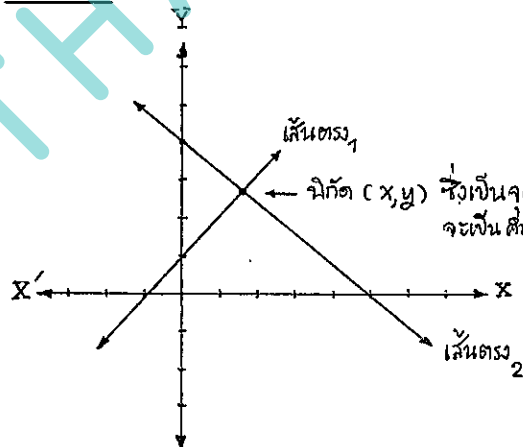
คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ คู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสอง -

- ของระบบสมการ หรือ คู่อันดับ (x, y) ที่ค่า x และค่า y ทำให้สมการทั้งสองของ -

- ระบบสมการเป็นจริง

หรือกล่าวง่ายๆว่า (x, y) คือ จุดตัดของสมการทั้งสองนั่นเอง

ตัวอย่างเช่น



ซึ่งเป็นจุดตัดของเส้นตรง₁ และ เส้นตรง₂
 จะเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นั่นเอง

แบบฝึกหัด 3.1

จงเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบเดียว หลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบ

ขมกยเหตุ : เนื่องจาก ชั่งไม่ตั้งเพื่อหาการแก้สมการ โดยนำสมการที่ (1) +/- สมการที่ (2) เพื่อกำจัดตัวแปรใดๆ เพื่อให้เหลือเพียงตัวแปรเดียว ให้สามารถแก้สมการได้

ดังนั้น การจะหาคำตอบของระบบสมการ จึงเป็นการพิจารณาจุดตัดของสมการเส้นตรงทั้งสองเส้นนั่นเอง

$$\begin{aligned} 1) \quad x + 2y &= 4 \quad \text{--- (1)} \\ 2x + 3y &= 7 \quad \text{--- (2)} \end{aligned}$$

วิธีทำ เขียนกราฟได้ ด้วยการพิจารณาสมากรเส้นตรง ดังนี้

กำหนดให้

$$x + 2y = 4 \quad \text{--- (1)}$$

พิจารณาคัดแกน X ให้ $y = 0$; $x + 2(0) = 4$
 $x + 0 = 4$
 $x = 4$

ได้จุดตัดแกน X คือ (4, 0)

พิจารณาคัดแกน Y ให้ $x = 0$; $0 + 2y = 4$
 $2y = 4$

$$y = \frac{4}{2} = 2$$

ได้จุดตัดแกน Y คือ (0, 2)

กำหนดให้

$$2x + 3y = 7 \quad \text{--- (2)}$$

พิจารณาคัดแกน X ให้ $y = 0$; $2x + 3(0) = 7$
 $2x + 0 = 7$

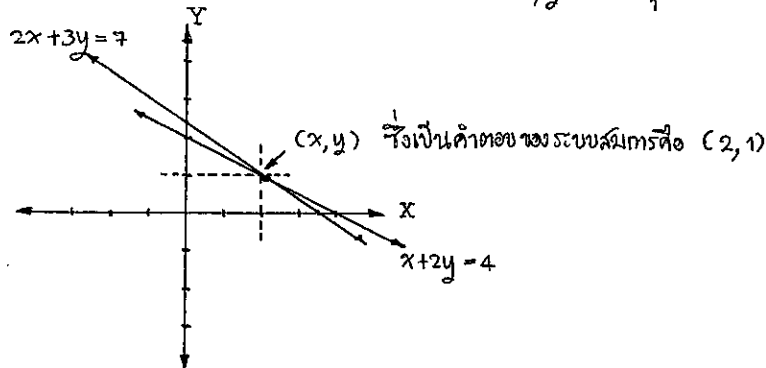
$$x = \frac{7}{2} = 3.5$$

ได้จุดตัดแกน X คือ (3.5, 0)

พิจารณาคัดแกน Y ให้ $x = 0$; $2(0) + 3y = 7$
 $0 + 3y = 7$

$$y = \frac{7}{3} = 2.3$$

เขียนเป็นกราฟเส้นตรงสองเส้น เมื่อหาพิกัด (x, y) จึงเป็นจุดตัดของเส้นตรงสองเส้นได้ ดังนี้



ข้อต่อไป จะใช้การนิยามในรูปแบบของตาราง เพื่อให้เกิดความง่ายในการนิยาม

2) $y + x = -2$ (1)
 $2y + 2x = -4$ (2) * (สมการ (2) * สามารถทำให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น โดยนำ 2 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ จะได้ $2y + 2x = -4$ คือ $y + x = -2$)

วิธีทำ

สมการ	หาจุดตัดแกน X แทนค่า $y=0$ เมื่อแทนค่า $(x, 0)$	หาจุดตัดแกน Y แทนค่า $x=0$ เมื่อแทนค่า $(0, y)$
$y + x = -2$	$0 + x = -2$ $\therefore x = -2$ ได้มีกั๊ด $(-2, 0)$	$y + 0 = -2$ $\therefore y = -2$ ได้มีกั๊ด $(0, -2)$
$2y + 2x = -4$	$2(0) + 2x = -4$ $2x = -4$ $\therefore x = -2$ ได้มีกั๊ด $(-2, 0)$	$2y + 2(0) = -4$ $2y + 0 = -4$ $\therefore y = \frac{-4}{2} = -2$ ได้มีกั๊ด $(0, -2)$

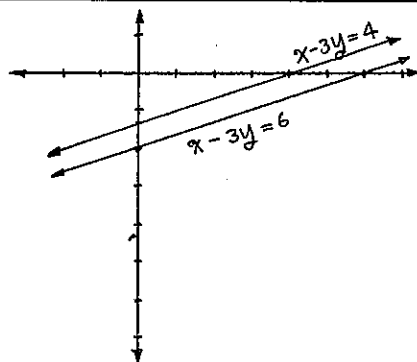
แสดงว่า (1) = (2) หรือ สมการสองเส้นนี้ ทับกันสนิทพอดี
 หรือ กล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า สมการทั้งสอง คือ สมการเดียวกัน
 ดังนั้น จะเกิดจุดตัดของสมการทั้งสอง นับไม่ถ้วน

ตอบ

3) $x - 3y = 6$ (1)
 $2x - 6y = 8$ (2) \rightarrow หรือ $x - 3y = 4$

วิธีทำ

สมการ	หาจุดตัดแกน X แทนค่า $y=0$ เมื่อแทนค่า $(x, 0)$	หาจุดตัดแกน Y แทนค่า $x=0$ เมื่อแทนค่า $(0, y)$
$x - 3y = 6$	$x - 3(0) = 6$ $x - 0 = 6$ $\therefore x = 6$ ได้มีกั๊ด $(6, 0)$	$0 - 3y = 6$ $-3y = 6$ $\therefore y = \frac{6}{-3} = -2$ ได้มีกั๊ด $(0, -2)$
$x - 3y = 4$	$x - 3(0) = 4$ $x - 0 = 4$ $\therefore x = 4$ ได้มีกั๊ด $(4, 0)$	$0 - 3y = 4$ $-3y = 4$ $\therefore y = \frac{-4}{3}$ ได้มีกั๊ด $(0, \frac{-4}{3})$



จะเห็นว่า สมการเส้นตรงทั้งสอง ขนานกัน
 เพราะมี slope หรือความชันเท่ากัน
 ทำให้ในข้อนี้ ไม่มีคำตอบของระบบสมการ

ตอบ

4) $2x + y = -3$ (1)
 $4x + 2y = -6$ หรือ $2x + y = -3$ (2)

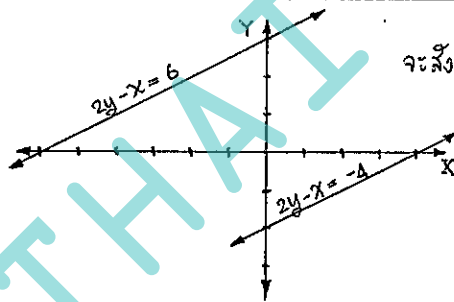
วิธีทำ เมื่อสมการ (1) = สมการ (2) แสดงว่า สมการทั้งสอง กล่าวถึงเส้นตรงเดียวกัน
 เมื่อสมการทั้งสอง คือเส้นตรงเดียวกัน แล้ว ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน

ตอบ

5) $2y - x = 6$ (1)
 $2y = x - 4$ หรือ $2y - x = -4$ (2)

วิธีทำ

สมการ	หาจุดตัดแกน X แทนค่า $y=0$ เพื่อหาคัด $(x, 0)$	หาจุดตัดแกน Y แทนค่า $x=0$ เพื่อหาคัด $(0, y)$
$2y - x = 6$	$2(0) - x = 6$ $\therefore x = -6$ ได้มิตัด $(-6, 0)$	$2y - 0 = 6$ $\therefore y = \frac{6}{2} = 3$ ได้มิตัด $(0, 3)$
$2y - x = -4$	$2(0) - x = -4$ $-x = -4$ $\therefore x = 4$ ได้มิตัด $(4, 0)$	$2y - 0 = -4$ $2y = -4$ $\therefore y = \frac{-4}{2} = -2$ ได้มิตัด $(0, -2)$



จะสังเกตว่า สมการ (1) และสมการ (2) มีความชัน (slope) เท่ากัน
 คือ $\frac{1}{2}$ ดังนั้น สมการเส้นตรงสองเส้นนี้ ไม่ตัดกัน
 หรือ กล่าวได้ว่า ไม่มีคำตอบของระบบสมการ

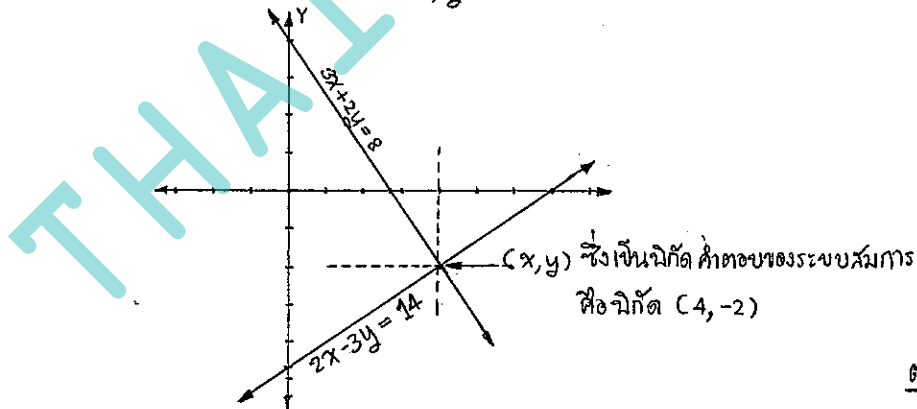
ตอบ

6) $2x - 3y - 14 = 0$
 หรือ $2x - 3y = 14$ (1)
 และ $3x + 2y = 8$ (2)

วิธีทำ

สมการ	หาคัดแกน X แทนค่า $y = 0$ เพื่อหาคัด $(x, 0)$	หาคัดแกน Y แทนค่า $x = 0$ เพื่อหาคัด $(0, y)$
$2x - 3y = 14$	$2x - 3(0) = 14$ $2x - 0 = 14$ $\therefore x = \frac{14}{2} = 7$ ได้แกัด $(7, 0)$	$2(0) - 3y = 14$ $0 - 3y = 14$ $y = -\frac{14}{3}$ ได้แกัด $(0, -\frac{14}{3})$
$3x + 2y = 8$	$3x + 2(0) = 8$ $3x + 0 = 8$ $\therefore x = \frac{8}{3}$ ได้แกัด $(\frac{8}{3}, 0)$	$3(0) + 2y = 8$ $0 + 2y = 8$ $y = \frac{8}{2} = 4$ ได้แกัด $(0, 4)$

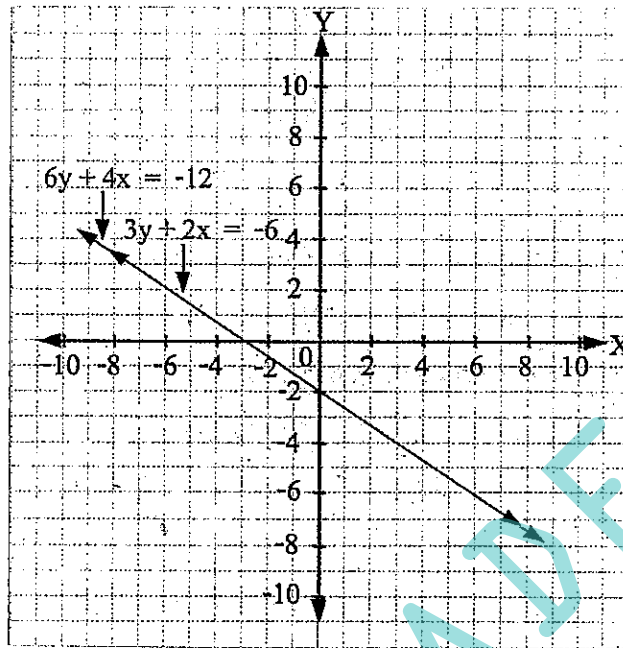
เขียนเป็นกราฟเส้นตรงสองเส้น เพื่อหาคัด (x, y) ซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการได้ ดังนี้



ตอบ

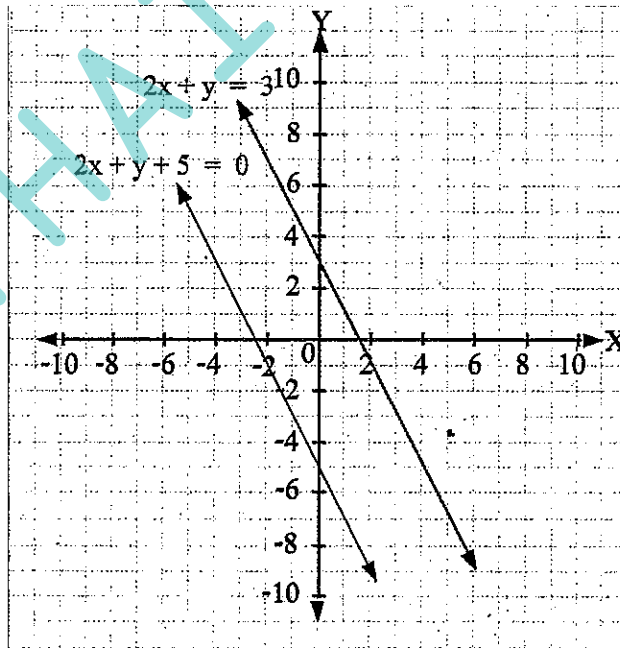
2. จากกราฟของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรต่อไปนี้ จงหาว่าแต่ละระบบสมการมีคำตอบหรือไม่ ในกรณีที่หาคำตอบได้ขอ
ให้ระบุคำตอบนั้น

1)



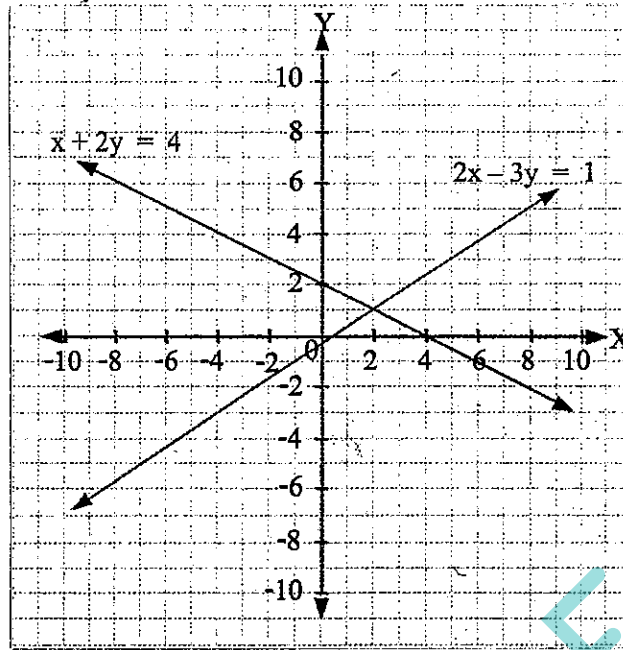
จากระบบสมการข้างต้น สมการ $6y + 4x = -12$ และ สมการ $3y + 2x = -6$ เป็นสมการเดียวกัน
ทำให้ ระบบสมการนี้ มีคำตอบ มากมาย ตอบ

2)



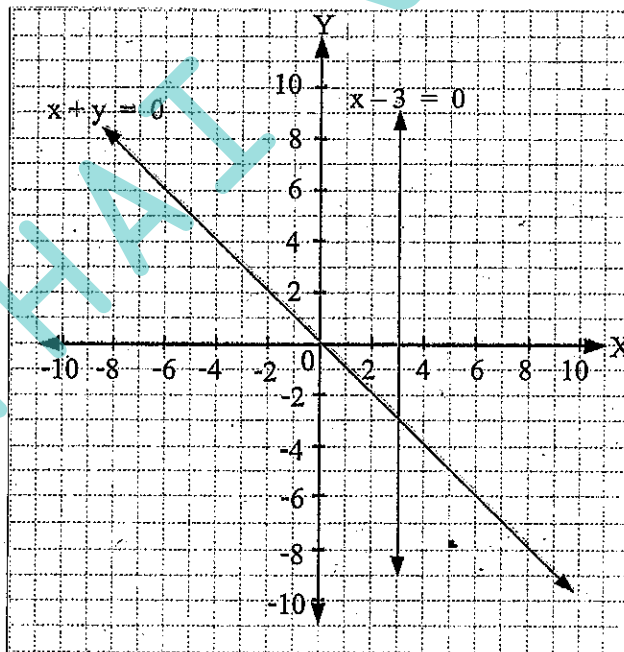
จากระบบสมการข้างต้น สมการ $2x + y = 3$ และ $2x + y + 5 = 0$ มีความชัน (slope) เท่ากัน
ทำให้ ระบบสมการนี้ ไม่มีคำตอบ (กราฟขนานกัน จะไม่มีจุดตัดกัน) ตอบ

3)



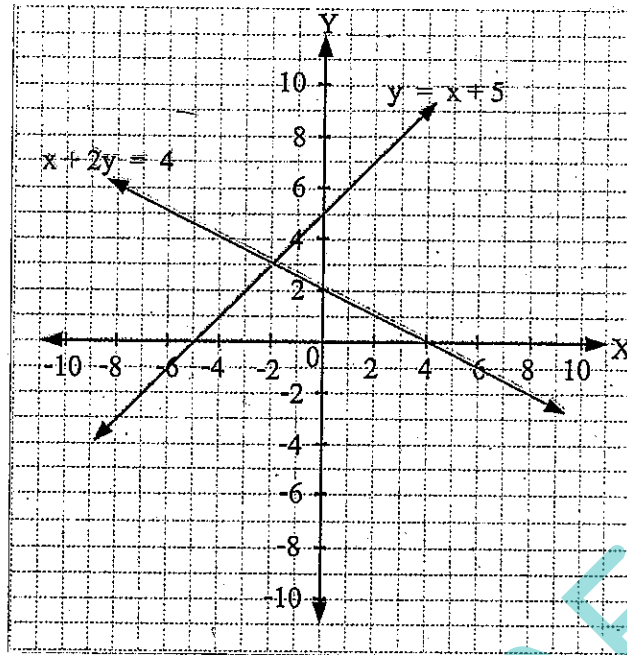
จากระบบสมการทั้งต้น สมการ $2x - 3y = 1$ และสมการ $x + 2y = 4$ ตัดกันที่พิกัด $(2, 1)$
ดังนั้น พิกัด $(2, 1)$ คือ คำตอบของระบบสมการ ตอบ

4)



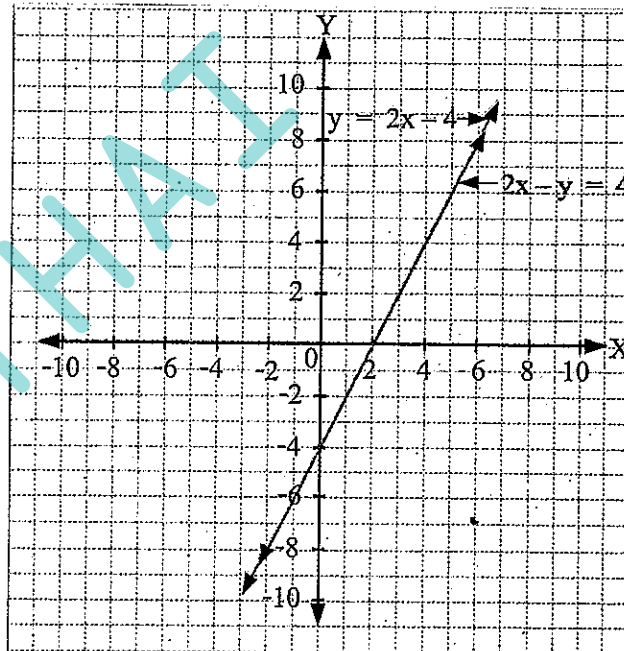
จากระบบสมการทั้งต้น สมการ $x - 3 = 0$ และ สมการ $x + y = 0$ ตัดกันที่พิกัด $(3, -3)$
ดังนั้น พิกัด $(3, -3)$ คือ คำตอบของระบบสมการ ตอบ

5)



จากระบบสมการข้างต้น สมการ $y = x + 5$ และสมการ $x + 2y = 4$ ตัดกันที่นิ้กัด $(-2, 3)$
 ดังนั้น นิ้กัด $(-2, 3)$ คือ คําตอบของระบบสมการ ตอบ

6)



จากระบบสมการข้างต้น สมการ $y = 2x - 4$ และสมการ $2x - y = 4$ เป็นสมการเส้นตรงที่ขนานกัน
 และห้บกันพอดี เพราะสมการ $y = 2x - 4$ และสมการ $2x - y = 4$ เป็นสมการเดียวกัน
 ดังนั้น ระบบสมการนี้ มีคําตอบมากมาย นับไม่ถ้วน ตอบ

3.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟ

- > การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นการหาคำตอบของระบบสมการด้วยการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เราสามารถทำได้ โดยใช้ "สมบัติของการเท่ากัน" ได้แก่ "สมบัติสมมาตร" "สมบัติถ่ายทอด" และ "สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ" ซึ่งจะช่วยให้ระบบสมการทั้งสอง "สัมพันธ์" กัน

แบบฝึกหัด 3.2

1. จะแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟของระบบสมการ

$$1) \quad x + 7y = 8 \quad \text{---(1)}$$

$$3x + 2y = 5 \quad \text{---(2)}$$

วิธีทำ นำ (1) $\times 3$; $3x + 21y = 24$ ---(3)

นำ (3) - (2) เมื่อกำจัดตัวแปร x ;

$$3x + 21y - (3x + 2y) = 24 - 5$$

$$3x + 21y - 3x - 2y = 19$$

$$19y = 19$$

$$y = \frac{19}{19} = 1$$

แทนค่า $y = 1$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

จาก (1) ; $x + 7(1) = 8$

$$x + 7 = 8$$

$$x = 8 - 7 = 1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ (x, y) คือ $(1, 1)$

100

$$2) \quad 3x - y = 7 \quad \text{---(1)}$$

$$4x - 3y - 11 = 0 \quad \text{หรือ} \quad 4x - 3y = 11 \quad \text{---(2)}$$

วิธีทำ นำ (1) $\times 3$; $9x - 3y = 21$ ---(3)

นำ (2) - (3) เมื่อกำจัดตัวแปร y ;

$$4x - 3y - (9x - 3y) = 11 - 21$$

$$4x - 3y - 9x + 3y = -10$$

$$-5x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-5} = 2$$

แทนค่า $x = 2$ ใน (1) เพื่อหาค่า y ;

จาก (1) ; $3(2) - y = 7$

$$6 - y = 7$$

$$\therefore 6 + 7 = y$$

$$y = 13$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ (x, y) คือ $(2, 13)$

100

$$3) \quad 3x - 4y = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x + 4y = -24 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ

นำ (1) + (2) เพื่อกำจัดค่าแปร y
 จะได้ $(3x - 4y) + (3x + 4y) = 0 + (-24)$
 $3x - 4y + 3x + 4y = -24$
 $6x = -24$
 $x = \frac{-24}{6} = -4$

แทนค่า $x = -4$ ใน (1) เพื่อหาค่า y

จาก (1); $3(-4) - 4y = 0$
 $-12 - 4y = 0$

$$-12 = 4y$$

หรือ

$$4y = -12$$

$$y = \frac{-12}{4} = -3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ (x, y) คือ $(-4, -3)$

ตอบ

$$4) \quad x + 2y - 1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x + 2y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + 4y - 5 = 0 \quad \text{หรือ} \quad 2x + 4y = 5 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ

นำ (1) $\times 2$; $2x + 4y = 2$ --- (3)

นำ (3) - (2); $2x + 4y - (2x + 4y) = 2 - 5$

$$2x + 4y - 2x - 4y = -3$$

$$\text{แต่} \quad 0 \neq -3$$

ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

ในความเป็นจริงแล้ว สมการทั้งสองมีค่าตามกัน ทำให้เป็นเส้นตรงที่ขนานกัน

เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้ว เส้นตรงทั้งสองจึง "ไม่" ตัดกัน ทำให้ไม่มีคำตอบของ-

-ระบบสมการทั้งชั้น

ตอบ

5) $4x - 3y = 12$ (1)
 $x = \frac{3y}{4} + 3$ หรือ $x - \frac{3y}{4} = 3$ (2)
วิธีทำ คูณ (2) เพื่อกำจัดรูปเศษส่วน
 จะได้ $4(x - \frac{3y}{4}) = 4(3)$
 $4x - 3y = 12$ (3)

สังเกตว่า (1); $4x - 3y = 12$
 (2); $4x - 3y = 12$
 เมื่อ (1) = (2) หรือทั้งสองสมการ คือสมการเดียวกัน
 ดังนั้น ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมาย นับไม่ถ้วน

ตอบ

6) $x + y = \frac{1}{2}$ (1)

$x - 3y = \frac{1}{6}$ (2)

วิธีทำ

คูณ (1) $\times 2$; $2(x + y) = 2(\frac{1}{2})$
 $2x + 2y = 1$ (3)

คูณ (2) $\times 6$; $6(x - 3y) = 6(\frac{1}{6})$
 $6x - 18y = 1$ (4)

คูณ (3) $\times 3$; $3(2x + 2y) = 3(1)$
 $6x + 6y = 3$ (5)

คูณ (5) $-$ (4) เพื่อกำจัดตัวแปร x ;

จะได้ $6x + 6y - (6x - 18y) = 3 - 1$

$6x + 6y - 6x + 18y = 2$

$24y = 2$

$\therefore y = \frac{1}{12}$

แทนค่า $y = \frac{1}{12}$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

จะได้ (1) ; $x + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} - \frac{1}{12}$

$\therefore x = \frac{5}{12}$

ดังนั้น ระบบสมการนี้ มีคำตอบ $(x, y) = (\frac{5}{12}, \frac{1}{12})$

ตอบ

7) $2x - 3y = 5$ (1)

$-6x + 9y = -12$ (2)

วิธีทำ

นำ (2) ÷ 3 เมื่อจัดให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ;

จะได้ $-\frac{6x}{3} + \frac{9y}{3} = \frac{-12}{3}$

หรือ $-2x + 3y = -4$ (3)

นำ (1) + (3) ; $2x - 3y + (-2x + 3y) = 5 + (-4)$

$2x - 3y - 2x + 3y = 5 - 4$
 แต่ 0 ≠ 1

เมื่อระบบสมการนี้ ไม่มีคำตอบ แสดงว่า สมการ (1) และสมการ (2) มีความชัน (slope) เท่ากัน
 นั่นหมายความว่า ทั้งสองสมการนั้นขนานกัน เมื่อขนานกัน จึงไม่ตัดกัน
 เมื่อไม่ตัดกัน จึงไม่มีคำตอบของระบบสมการนั่นเอง

ตอบ

8) $x - \frac{1}{2}y = 2$ (1)

$y - 2x = -4$ (2)

วิธีทำ

นำ (1) × 2 ; $2x - 2(\frac{1}{2})y = 2(2)$

$2x - y = 4$

นำ (-1) มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$-2x + y = -4$

หรือ $y - 2x = -4$ (3)

เมื่อ (2) = (3) ดังนั้น สมการทั้งสองนี้ เป็นสมการเดียวกัน

และเมื่อเป็นสมการ เดียวกัน ทำให้ระบบสมการนี้ มีคำตอบ มากมาย นับไม่ถ้วน

ตอบ

สรุปว่า

- ถ้าระบบสมการใด เป็นสมการเดียวกัน (เส้นตรง สองเส้นทับกันสนิทหมด) ระบบสมการ จะมีคำตอบมากมาย นับไม่ถ้วน
- ถ้าระบบสมการใด มีความชันเท่ากัน แต่ มีจุดตัดแกน Y ต่างกัน แสดงว่า ระบบสมการนั้น มีสมการเส้นตรงที่ขนานกัน และเป็นระบบสมการที่ไม่มีคำตอบ
- ถ้าระบบสมการใด มีความชันต่างกัน แสดงว่า ระบบสมการนั้น มีคำตอบเพียง 1 คำตอบ เท่านั้น หรือคิดง่ายๆ ว่า เส้นตรง 2 เส้น ถ้าจะตัดกัน ก็ต้องตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น (ถ้า การตัดกัน ไม่ใช่ ทรวงทับกัน)

2. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรต่อไปนี้

$$1) \quad 5x - 4y = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$x - y = -7 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ ฉน (2) $\times 5$ เพื่อให้ ส.ป.ส. หน้าตัวแปร x เป็น 5 ;

$$(2) \times 5 ; \quad 5(x - y) = 5(-7)$$

$$5x - 5y = -35 \quad \text{--- (3)}$$

ฉน (1) - (3) เพื่อให้กำจัดตัวแปร x เหลือเพียงตัวแปร y ;

$$(1) - (3) ; \quad 5x - 4y - (5x - 5y) = 1 - (-35)$$

$$5x - 4y - 5x + 5y = 1 + 35$$

$$5y - 4y = 36$$

$$y = 36$$

ฉน $y = 36$ แทนใน (2) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (2) ; } x - y = -7$$

$$x - 36 = -7$$

$$x = -7 + 36$$

$$= 36 - 7$$

$$x = 29$$

\therefore คำตอบของระบบสมการ คือ $(x, y) = (29, 36)$

๓๗

$$2) \quad x = \frac{3}{2}y - 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$12y - 8x = -12 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ ฉน (2) เพื่อให้ ส.ป.ส. หน้าตัวแปรมีค่าลดลง เพื่อให้ง่ายในการคำนวณ

$$\text{เมื่อ } \frac{(2)}{4} \text{ ; } \frac{12y - 8x}{4} = \frac{-12}{4}$$

$$3y - 2x = -3 \quad \text{--- (3)}$$

ฉน (1) มาจัดรูปสมการใหม่ได้ ดังนี้

$$\text{จาก } x = \frac{3}{2}y - 5$$

$$x + 5 = \frac{3}{2}y$$

$$\text{แล้ว } 2(x + 5) = 3y$$

$$2x + 10 = 3y$$

$$10 = 3y - 2x$$

$$\text{หรือ } 3y - 2x = 10 \quad \text{--- (4)}$$

จากสมการ (3) และ (4) สังเกตว่า มีเทอม (term = วนจน์) ของ x เหมือนกัน

คือรูปของ $-2x$ แสดงว่า เส้นตรงทั้งสองขนานกัน ไม่ตัดกัน

แสดงว่า ข้อนี้ ไม่มีคำตอบของระบบสมการ

๓๘

$$3) \quad -2x = 2(y-2) \quad \text{--- (1)}$$

$$2x + 2y = 4 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ จาก (1); $-2x = 2(y-2)$

$$-2x = 2y - 4$$

$$4 = 2y + 2x$$

หรือ $2x + 2y = 4 \quad \text{--- (3)}$

เมื่อ (2) = (3) แสดงว่า สมการเส้นตรงทั้งสอง เป็นเส้นตรงเดียวกัน

แสดงว่า ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมาย

ตอบ

$$4) \quad 11x + 8y = 31 \quad \text{--- (1)}$$

$$13x - 6y = 83 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ คูณ (1) x 3 เพื่อให้ได้ค่า 24 y ;

จาก (1); $11x + 8y = 31$

$$(1) \times 3; \quad 3(11x + 8y) = 3(31)$$

$$33x + 24y = 93 \quad \text{--- (3)}$$

คูณ (2) x 4 เพื่อให้ได้ค่า 24 y เช่นกัน ;

จาก (2); $13x - 6y = 83$

$$(2) \times 4; \quad 4(13x - 6y) = 4(83)$$

$$52x - 24y = 332 \quad \text{--- (4)}$$

คูณ (3) + (4) เพื่อกำจัดตัวแปร y และหาค่าตัวแปร x ;

เมื่อ (3) + (4); $33x + 24y + (52x - 24y) = 93 + 332$

$$33x + 24y + 52x - 24y = 425$$

$$85x = 425$$

$$x = \frac{425}{85} = 5$$

แทนค่า $x = 5$ ใน (1) เพื่อหาค่า y ;

จาก (1); $11x + 8y = 31$

$$11(5) + 8y = 31$$

$$55 + 8y = 31$$

$$8y = 31 - 55 = -24$$

$$y = \frac{-24}{8} = -3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(x, y) = (5, -3)$

ตอบ

$$5) \quad 4x - 3y = 12 \quad \text{--- (1)}$$

$$\quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ คูณ (2) $\times 12$ เพื่อให้เปลี่ยนรูปเศษส่วน เพื่อให้เป็นรูปจำนวนเต็ม

$$\text{จาก (2);} \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 1$$

$$(2) \times 12; \quad 12\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right) = 12(1)$$

$$4x - 3y = 12 \quad \text{--- (3)}$$

เมื่อ (1) = (3) แสดงว่า ระบบสมการนี้ เป็นเส้นตรงเดียวกัน
ดังนั้น ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมาย

ตอบ

$$6) \quad 2x + 3y = 1.6 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x - 4y = 4.1 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ คูณ (1) $\times 3$ เพื่อให้จัดรูปให้ได้ $6x$;

$$(1) \times 3; \quad 3(2x + 3y) = 3(1.6)$$

$$6x + 9y = 4.8 \quad \text{--- (3)}$$

คูณ (2) $\times 2$ เพื่อให้จัดรูปให้ได้ $6x$;

$$(2) \times 2; \quad 2(3x - 4y) = 2(4.1)$$

$$6x - 8y = 8.2 \quad \text{--- (4)}$$

คูณ (3) - (4) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y

$$\text{เมื่อ (3) - (4);} \quad 6x + 9y - (6x - 8y) = 4.8 - 8.2$$

$$\cancel{6x} + 9y - \cancel{6x} + 8y = -3.4$$

$$17y = -3.4$$

$$y = \frac{-3.4}{17} = \frac{-34}{170} = (-0.2)$$

แทนค่า $y = (-0.2)$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (1);} \quad 2x + 3y = 1.6$$

$$2x + 3(-0.2) = 1.6$$

$$2x - 0.6 = 1.6$$

$$2x = 1.6 + 0.6$$

$$2x = 2.2$$

$$x = \frac{2.2}{2} = \frac{22}{20} = 1.1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(x, y) = (1.1, -0.2)$

ตอบ

$$7) \quad 0.2x + 0.3y = 0.5 \quad (1)$$

$$0.5x - 0.2y = 0.7 \quad (2)$$

วิธีทำ นำ (1) $\times 2$ เพื่อจัดรูปให้ได้ $0.6y$;

$$\text{เมื่อ } (1) \times 2; \quad 2(0.2x + 0.3y) = 2(0.5)$$

$$0.4x + 0.6y = 1 \quad (3)$$

นำ (2) $\times 3$ เพื่อจัดรูปให้ได้ $0.6y$;

$$\text{เมื่อ } (2) \times 3; \quad 3(0.5x - 0.2y) = 3(0.7)$$

$$1.5x - 0.6y = 2.1 \quad (4)$$

นำ (3) + (4) เพื่อกำจัดตัวแปร y หาค่าตัวแปร x ;

$$(3) + (4); \quad 0.4x + 0.6y + (1.5x - 0.6y) = 1 + 2.1$$

$$0.4x + 0.6y + 1.5x - 0.6y = 3.1$$

$$1.9x = 3.1$$

$$x = \frac{3.1}{1.9} = \frac{31}{19}$$

นำ $x = \frac{31}{19}$ แทนค่าใน (1) เพื่อหาค่า y ;

$$\text{จาก (1)}; \quad 0.2x + 0.3y = 0.5$$

$$0.2\left(\frac{31}{19}\right) + 0.3y = 0.5$$

$$\frac{6.2}{19} + 0.3y = 0.5$$

$$y = \frac{0.5 - \frac{6.2}{19}}{0.3} = \frac{9.5 - 6.2}{19} \times \frac{1}{0.3}$$

$$y = \frac{3.3}{19} \times \frac{1}{0.3} = \frac{11}{19} \times \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{11}{19}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(x, y) = \left(\frac{31}{19}, \frac{11}{19}\right)$

ตอบ

$$8) \quad 3x + 3 = 23 - 4y \quad (1)$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 4 \quad (2)$$

วิธีทำ จาก (1) จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\text{จาก (1)}; \quad 3x + 3 = 23 - 4y$$

$$3x + 4y = 23 - 3 = 20$$

$$3x + 4y = 20 \quad (3)$$

จาก (2) จัดรูปสมการใหม่ได้ ดังนี้

$$\text{จาก (2)}; \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 4$$

$$\text{นำ (2)} \times 12; \quad 12\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{3}\right) = 12(4)$$

$$3x + 4y = 48 \quad (4)$$

$$\text{เมื่อ (3)}; \quad 3x + 4y = 20$$

$$\text{และ (4)}; \quad 3x + 4y = 48$$

จะเห็นว่า (3) = (4) แต่ $20 \neq 48$

แสดงว่า ระบบสมการนี้ ประกอบด้วย
-เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน ไม่ตัดกัน

* เมื่อเส้นตรงไม่ตัดกันแล้ว

จึงไม่มีคำตอบของระบบสมการ

ตอบ

9) $-4x + 9y - 7 = 0$ (1)

$12x - 27y + 21 = 0$ (2)

วิธีทำ จัดรูปสมการ (1) ได้ ดังนี้

จาก (1) ; $-4x + 9y - 7 = 0$

$-4x + 9y = 7$

นำ (-1) คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $(-1)(-4x + 9y) = (-1)(7)$

$4x - 9y = -7$ (3)

จัดรูปสมการ (2) ได้ ดังนี้

จาก (2) ; $12x - 27y + 21 = 0$

$12x - 27y = -21$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$\frac{12x - 27y}{3} = \frac{-21}{3}$

$4x - 9y = -7$ (4)

สังเกตว่า (3) = (4) ดังนั้น ระบบสมการนี้ ประกอบด้วยเส้นตรงสองเส้น

โดยเส้นตรงสองเส้นนี้ คือเส้นตรงเดียวกัน

ทำให้ ระบบสมการนี้ มีคำตอบมากมาย

ตอบ

10) $26x + 3y + 4 = 0$ (1)

$\frac{1}{5}(x - 2) = \frac{1}{4}(1 - y)$ (2)

วิธีทำ จัดรูปสมการ (1) ได้ ดังนี้

จาก (1) ; $26x + 3y + 4 = 0$

$26x + 3y = -4$

นำ 5 คูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้ได้ term $\rightarrow 15y$;

$5(26x) + 5(3y) = 5(-4)$

$130x + 15y = -20$ (3)

จัดรูปสมการ (2) ได้ ดังนี้

จาก (2) ; $\frac{1}{5}(x - 2) = \frac{1}{4}(1 - y)$

$4(x - 2) = 5(1 - y)$

$4x - 8 = 5 - 5y$

$4x + 5y = 5 + 8 = 13$

นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้ได้ term $\rightarrow 15y$;

$3(4x) + 3(5y) = 3(13)$

$12x + 15y = 39$ (4)

นำ (3) - (4) เพื่อกำจัดค่า y แล้วหาค่า x
 เพื่อ (3) - (4) ; $130x + 15y - (12x + 15y) = -20 - 39$
 $130x + 15y - 12x - 15y = -59$
 $118x = -59$
 $x = \frac{-59}{118} = \left(-\frac{1}{2}\right)$

แทนค่า $x = \left(-\frac{1}{2}\right)$ ใน (1) เพื่อหาค่า y ;
 จาก (1) ; $26x + 3y + 4 = 0$
 $26\left(-\frac{1}{2}\right) + 3y + 4 = 0$
 $-13 + 3y + 4 = 0$
 $3y = 13 - 4 = 9$
 $y = \frac{9}{3} = 3$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

ตอบ

11) $2x - 3y = -9$ ____ (1)
 $3(x-1) = 5(y-4) + 2$ ____ (2)

วิธีทำ จัดรูปสมการ (2) ใหม่ได้ ดังนี้

จาก (2) ; $3(x-1) = 5(y-4) + 2$
 $3x - 3 = 5y - 20 + 2$
 $3x - 5y = -20 + 2 + 3 = (-15)$
 $3x - 5y = -15$

นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อจัดรูปให้ได้ $6x$;

$2(3x) - 2(5y) = 2(-15)$
 $6x - 10y = -30$ ____ (3)

นำ (1) $\times 3$ เพื่อจัดรูปให้ได้ $6x$;

(1) $\times 3$; $3(2x) - 3(3y) = 3(-9)$
 $6x - 9y = -27$ ____ (4)

นำ (3) - (4) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y ;

(3) - (4) ; $6x - 10y - (6x - 9y) = -30 - (-27)$
 $6x - 10y - 6x + 9y = -30 + 27$
 $-y = -3$
 $\therefore y = 3$

แทนค่า $y = 3$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

จาก (1) ; $2x - 3y = -9$
 $2x - 3(3) = -9$
 $2x - 9 = -9$

$2x = -9 + 9 = 0$ ทำให้ $x = 0$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(x, y) = (0, 3)$

ตอบ

$$12) \quad 5(y-2) - 6x = 7 \quad (1)$$

$$2(x+5) - (y-1) = 4 \quad (2)$$

วิธีทำ จัดรูปสมการ (1) ใหม่ได้ ดังนี้

$$\text{จาก (1); } 5(y-2) - 6x = 7$$

$$5y - 10 - 6x = 7$$

$$5y - 6x = 7 + 10$$

$$5y - 6x = 17 \quad (3)$$

จัดรูปสมการ (2) ใหม่ได้ ดังนี้

$$\text{จาก (2); } 2(x+5) - (y-1) = 4$$

$$2x + 10 - y + 1 = 4$$

$$2x - y = 4 - 10 - 1$$

$$2x - y = -7$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อจัดรูปให้ได้ $6x$;

$$3(2x - y) = 3(-7)$$

$$6x - 3y = -21 \quad (4)$$

นำ (3) + (4) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y ;

$$\text{จาก (3)+(4); } 5y - 6x + (6x - 3y) = 17 + (-21)$$

$$5y - \cancel{6x} + \cancel{6x} - 3y = 17 - 21$$

$$2y = -4$$

$$y = \frac{-4}{2} = -2$$

แทนค่า $y = -2$ ใน (3) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (3); } 5y - 6x = 17$$

$$5(-2) - 6x = 17$$

$$-10 - 6x = 17$$

$$-6x = 17 + 10 = 27$$

$$x = \frac{-27}{6} = \frac{-9}{2}$$

$$x = \frac{-9}{2}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(x, y) = \left(\frac{-9}{2}, -2\right)$

ตอบ

แบบฝึกหัด 3.3

1. ถ้าสิ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่ง เป็นส่วนเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง และผลต่างของสองจำนวนนั้น เป็น 50 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

สมมติให้ จำนวนแรก เป็น x

จำนวนที่สอง เป็น y

จากโจทย์ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้ ;

$$\frac{1}{2}x = 3y \quad \text{--- (1)}$$

$$4(x-y) = 50 \quad \text{--- (2)}$$

จาก (1) ;

$$\frac{1}{2}x = 3y$$

$$x = 2(3y)$$

$$x = 6y \quad \text{--- (3)}$$

แทนค่า $x = 6y$ ใน (2) เพื่อหาค่า y ;

จาก (2) ;

$$4(x-y) = 50$$

$$4(6y-y) = 50$$

$$4(5y) = 50$$

$$y = 50 \times \frac{1}{4 \times 5} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

แทนค่า $y = \frac{5}{2}$ ใน (3) ;

$$\text{จาก } x = 6y$$

$$x = 6\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$x = 15$$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวนที่ โจทย์ต้องการคือ 15 และ $\frac{5}{2}$

2. จำนวนที่มีสองหลักจำนวนหนึ่ง มีเลขโดดในหลักสิบ มากกว่าเลขโดดในหลักหน่วยอยู่ 4 และผลบวกของจำนวนนี้ กับจำนวนที่ได้จากการสลับที่เลขโดด เป็น 154 จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ

อธิบายให้ทราบเล็กน้อย

สมมติจำนวนเต็มหลักสิบ ขึ้นมา 1 จำนวน เช่น 43

เลข 43 มีเลขโดดหลักสิบ คือเลข 4 และมีเลขโดดหลักหน่วยคือเลข 3

กรณีนี้ เลขโดดในหลักสิบ มากกว่าเลขโดดหลักหน่วยอยู่ 1 ($4 - 3 = 1$)

และ $43 + 34 = 77$ เป็นต้น [โดย $43 = (4 \times 10) + 3$]

สมมุติให้ เลขโดด หลักสิบ คือ x

เลขโดด หลักหน่วยคือ y

ดังนั้น จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ เขียนเป็นระบบสมการได้ ดังนี้

$$x - y = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$(10x + y) + (10y + x) = 154 \quad \text{--- (2)}$$

จากสมการ (2) จัดรูปสมการใหม่ได้ ดังนี้

$$\text{จาก (2); } (10x + y) + (10y + x) = 154$$

$$10x + y + 10y + x = 154$$

$$11x + 11y = 154$$

นำ 11 หารทั้งสองข้างของสมการ ;

$$\frac{1}{11} (11x + 11y) = \frac{154}{11}$$

$$x + y = 14 \quad \text{--- (3)}$$

นำ (1) - (3) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y ;

$$\text{จาก (1) - (3); } x - y - (x + y) = 4 - 14$$

$$x - y - x - y = -10$$

$$-2y = -10$$

$$y = \frac{-10}{-2} = 5$$

แทนค่า $y = 5$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (1); } x - y = 4$$

$$x - 5 = 4$$

$$x = 4 + 5$$

$$x = 9$$

ดังนั้น จำนวนนี้ คือ 95

ตอบ

3. มะลิซื้อส้มโอผลเล็ก ราคาผลละ 30 บาท และผลใหญ่ราคาผลละ 35 บาท คิดเป็นเงิน 950 บาท
เมื่อนำมารวมกัน แล้วขายไปผลละ 40 บาท ได้เงิน 1,200 บาท จงหาว่ามะลิซื้อส้มโอแต่ละขนาดมาอย่างละกี่ผล
วิธีทำ

สมมติให้ ซื้อส้มโอผลเล็กมา x ผล ราคาผลละ 30 บาท รวมเป็นเงิน $30x$ บาท

ซื้อส้มโอผลใหญ่มา y ผล ราคาผลละ 35 บาท รวมเป็นเงิน $35y$ บาท

ดังนั้น มะลิซื้อส้มโอมา คิดเงินต้นทุน 950 บาท

เขียนเงินประโยชน์สุทธิที่ขายได้ $30x + 35y = 950$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ เพื่อลดรูปสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{30x}{5} + \frac{35y}{5} = \frac{950}{5}$$

$$6x + 7y = 190 \quad (1)$$

เมื่อนำส้มโอมารวมกัน และขายไปผลละ 40 บาท ได้เงิน 1,200 บาท

เขียนเงินประโยชน์สุทธิที่ขายได้ $40(x + y) = 1,200$

$$x + y = \frac{1,200}{40}$$

$$x + y = 30 \quad (2)$$

นำ (2) \times 6 เพื่อให้ได้รูป $6x$

$$\text{นำ (2) } \times 6 ; \quad 6(x + y) = 6(30)$$

$$6x + 6y = 180 \quad (3)$$

นำ (1) - (3) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y ;

$$\text{สื่อ (1) - (3) ; } \quad 6x + 7y - (6x + 6y) = 190 - 180$$

$$6x + 7y - 6x - 6y = 10$$

$$y = 10$$

แทนค่า $y = 10$ ใน (2) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (2) ; } \quad x + y = 30$$

$$x + 10 = 30$$

$$x = 30 - 10$$

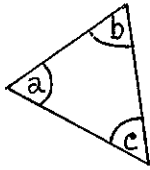
$$x = 20$$

ดังนั้น มะลิซื้อส้มโอผลเล็กมา x ผล หรือ 20 ผล

และซื้อส้มโอผลใหญ่มา y ผล หรือ 10 ผล

4. ถ้าผลบวกของขนาดของมุมภายใน สองมุม ของรูปสามเหลี่ยมหนึ่ง เป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้ เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยม

วิธีทำ



จากขนาดของมุมภายในทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

$$a^\circ + b^\circ + c^\circ = 180^\circ \quad (1)$$

จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

$$a^\circ + b^\circ = 137^\circ \quad (2)$$

$$a^\circ - b^\circ = 73^\circ \quad (3)$$

นำ (2) - (3) เพื่อกำจัดมุม a° และหาขนาดของมุม b°

$$a^\circ + b^\circ - (a^\circ - b^\circ) = 137^\circ - 73^\circ$$

$$a^\circ + b^\circ - a^\circ + b^\circ = 64^\circ$$

$$2b^\circ = 64^\circ$$

$$b^\circ = \frac{64^\circ}{2}$$

$$b^\circ = 32^\circ$$

แทนค่า ขนาดของมุม $b^\circ = 32^\circ$ ใน (2) เพื่อหาขนาดของมุม a° ;

จาก (2) ;

$$a^\circ + b^\circ = 137^\circ$$

$$a^\circ + 32^\circ = 137^\circ$$

$$a^\circ = 137^\circ - 32^\circ$$

$$a^\circ = 105^\circ$$

แทนค่า $a^\circ = 105^\circ$ และ $b^\circ = 32^\circ$ ใน (1) เพื่อหาค่าขนาดของมุม c° ;

จาก (1) ;

$$a^\circ + b^\circ + c^\circ = 180^\circ$$

$$105^\circ + 32^\circ + c^\circ = 180^\circ$$

$$137^\circ + c^\circ = 180^\circ$$

$$c^\circ = 180^\circ - 137^\circ$$

$$c^\circ = 43^\circ$$

ทำให้ ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุม เท่ากับ 105° , 43° และ 32°

ตอบ

5. ตี๊กสะสมเหรียญชนิด 10 บาท และ 1 บาท รวมกันได้ 200 เหรียญ คิดเป็นเงินรวมกัน 920 บาท อากทพบว่า ตี๊กมีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ

วิธีทำ

สมมุติให้ ตี๊กสะสมเหรียญชนิด 10 บาท จำนวน x เหรียญ คิดเป็นมูลค่า $10x$ บาท
 สะสมเหรียญชนิด 1 บาท จำนวน y เหรียญ คิดเป็นมูลค่า $1y$ บาท

เหรียญทั้งสองชนิด คิดเป็นมูลค่ารวม 920 บาท

$$\text{เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ } 10x + y = 920 \quad (1)$$

และ การที่เหรียญทั้งสองชนิด รวมกันได้จำนวน 200 เหรียญ

$$\text{เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ } x + y = 200 \quad (2)$$

นำ (1) - (2) เมื่อกำจัดตัวแปร y เหลือตัวแปร x ;

$$\text{นำ (1) - (2) ; } 10x + y - (x + y) = 920 - 200$$

$$10x + \cancel{y} - x - \cancel{y} = 720$$

$$9x = 720$$

$$x = \frac{720}{9} = 80$$

แทนค่า $x = 80$ ใน (2) เพื่อหาค่า y ;

$$\text{จาก (2) ; } x + y = 200$$

$$80 + y = 200$$

$$y = 200 - 80$$

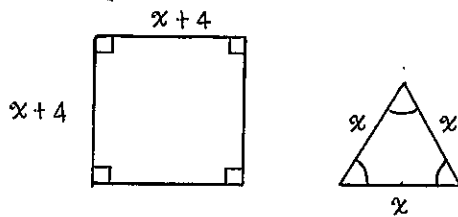
$$y = 120$$

ดังนั้น ตี๊กมีเหรียญ 10 บาท จำนวน 80 เหรียญ
 มีเหรียญ 1 บาท จำนวน 120 เหรียญ

ตอบ

6. ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสรูปหนึ่ง ยาวกว่าด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งอยู่ 4 เซนติเมตร ถ้าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส มากกว่าความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า อยู่ 24 เซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูปของแต่ละรูป

วิธีทำ



กำหนดให้ ด้านใดๆ ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ยาว x cm
 ด้านใดๆ ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ยาว $x + 4$ cm

$$\therefore \text{ความยาวรอบรูป ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส} = 4(x + 4)$$

$$\text{และ ความยาวรอบรูป ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} = 3x$$

จากเงื่อนไข ที่โจทย์กำหนดให้ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

$$4(x + 4) - 3x = 24$$

$$4x + 16 - 3x = 24$$

$$x + 16 = 24$$

$$x = 24 - 16$$

$$x = 8 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส คือ } 4(x + 4) &= 4(8 + 4) \\ &= 4(12) = 48 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{และ ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ } 3x = 3 \times 8 = 24 \text{ เซนติเมตร} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

๗. เมื่อเฝ้าดูนกกระจาบจับดอกไม้ในสระน้ำแห่งหนึ่ง พบว่า ถ้านกจับดอกไม้ดอกละตัว จะเหลือนก 1 ตัว ที่ไม่มีตัวจับ และ ถ้านกจับดอกละ 2 ตัว จะเหลือตัว 1 ดอกที่ไม่จับนกจับ อยากรทราบว่าในสระนี้ มีตัวที่ดอก และ นกกี่ตัว

วิธีทำ

สมมุติให้ มีนกทั้งหมด x ตัว
มีดอกไม้ทั้งหมด y ดอก

กรณีที่ 1 ถ้านกจับดอกไม้ดอกละตัว จะเหลือนก 1 ตัว ไม่มีตัวจับ



เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $x - y = 1$ _____ (1)

กรณีที่ 2 ถ้านกจับดอกไม้ดอกละ 2 ตัว จะเหลือตัว 1 ดอก ที่ไม่มีนกจับ



ดอกไม้ 1 ดอก มีนกจับ 2 ตัว หรือมีนก 2 ตัว จับดอกไม้ 1 ดอก

ดังนั้น นก 1 ตัว จับดอกไม้ $\frac{1}{2}$ ดอก

ทำให้ นก x ตัว จับดอกไม้ $x \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{x}{2}$ ดอก

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ $y - \frac{x}{2} = 1$ _____ (2)

เมื่อพิจารณา สมการทั้งสอง คือ $x - y = 1$ _____ (1)

$y - \frac{x}{2} = 1$ _____ (2)

นำ (2) $\times 2$ เมื่อ ก็จัดรูปเศษส่วน ;

$2y - 2\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \times 1$

$2y - x = 2$ _____ (3)

นำ (1) + (3) เมื่อก็จัดตัวแปร x ซาค่าตัวแปร y ;

คือ (1) + (3) ; $x - y + 2y - x = 1 + 2$

$y = 3$

แทนค่า $y = 3$ ใน (1) เมื่อหาค่า x ;

จาก (1) ; $x - y = 1$

$x - 3 = 1$

$x = 1 + 3 = 4$

ดังนั้น ในสระนี้ มีตัว 3 ดอก มีนก 4 ตัว

ตอบ

8. แสندی กับเสาวนีย์ เป็นเด็กดี ขยันเรียน และมีจิตศรัทธา เด็กทั้งสองคนขอเงิน เพื่อสนับสนุนการเรียนที่หนัก นอกเหนือจาก 2/3 ของเงินที่เสาวนีย์ออม ได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของเงินที่แสندیออมได้อยู่ 10 บาท แต่เมื่อแสندیนำเงินรางวัล - ที่ได้จากการตอบปัญหาคณิตศาสตร์ 1,000 บาท มารวมกับเงินที่ออมไว้ หากกลับมีเงินเป็นสามเท่าของเงิน - ของเสาวนีย์ จงหาว่า เต็มแต่ละคนขอเงินไปได้คนละเท่าใด

วิธีทำ

สมมติให้ แสندی มีเงิน x บาท

เสาวนีย์ มีเงิน y บาท

เมื่อสนับสนุนเรียนที่หนัก ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

$$\text{เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้} \quad \frac{2}{3}y - \frac{1}{2}x = 10$$

นำ 6 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้ได้เป็นรูปจำนวนเต็ม

$$6\left(\frac{2}{3}y\right) - 6\left(\frac{1}{2}x\right) = 6(10)$$

$$4y - 3x = 60 \quad \text{--- (1)}$$

และ เมื่อแสندی บวกเงินรางวัล 1,000 บาท เข้าไปกับเงินเดิม (x บาท) ของตน ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

$$(1,000 + x) = 3y$$

$$x + 1,000 = 3y$$

นำ 3 ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ เพื่อให้ได้รูป $3x$

$$3(x + 1,000) = 3(3y)$$

$$3x + 3,000 = 9y \quad \text{--- (2)}$$

นำ (1) + (2) เพื่อกำจัดตัวแปร x หาค่าตัวแปร y

$$\text{เมื่อ (1) + (2); } 4y - 3x + 3x + 3,000 = 60 + 9y$$

$$4y - 9y = 60 - 3,000$$

$$-5y = -2,940$$

$$y = \frac{-2,940}{-5} = \frac{2,940}{5}$$

$$y = 588$$

แทนค่า $y = 588$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

$$\text{จาก (1); } 4y - 3x = 60$$

$$4(588) - 3x = 60$$

$$2,352 - 3x = 60$$

$$\text{หรือ } 2,352 - 60 = 3x$$

$$3x = 2,292$$

$$x = \frac{2,292}{3} = 764$$

ดังนั้น เต็ม แสندیมีเงิน 764 บาท และ เสาวนีย์ มีเงิน 588 บาท ตอบ

9. รัตนามีเงินเก็บอยู่ 120,000 บาท ส่วนหนึ่งนำไปฝากธนาคารเพื่อรับดอกเบี้ย 2% อีกส่วนหนึ่งนำไปลงทุนเพื่อรับเงินปันผล 4% สิ้นปีมีรายได้รวมกัน 4,000 บาท อากทราบว่ารรัตนามีเงินไปลงทุนแต่ละประเภทเท่าใด

วิธีทำ

โจทย์ กำหนดให้ รัตนามีเงินเก็บ 120,000 บาท

ถ้า รัตนาแบ่งเงินส่วนแรกเพื่อฝากธนาคาร x บาท

ดังนั้น เงินส่วนที่สองที่ถูกนำไปลงทุน เท่ากับ $120,000 - x$ บาท

- ✓ เงินส่วนแรก ได้รับดอกเบี้ยจากธนาคาร 2% หมายความว่า

เงินลงทุน	100 บาท	ได้ดอกเบี้ย	2 บาท
ดังนั้น เงินลงทุน	x บาท	ได้ดอกเบี้ย	$\frac{2x}{100} = \frac{x}{50}$ บาท

- ✓ เงินส่วนที่สอง ได้รับกำไรจากการลงทุน 4% หมายความว่า

เงินลงทุน	100 บาท	ได้กำไร	4 บาท
ดังนั้น เงินลงทุน	$120,000 - x$ บาท	ได้กำไร	$(120,000 - x) \times \frac{4}{100} = \frac{120,000 - x}{25}$ บาท

จากเงื่อนไขที่ โจทย์กำหนดให้ จะได้ $\frac{x}{50} + \frac{120,000 - x}{25} = 4,000$

$$\frac{x + 2(120,000 - x)}{50} = 4,000$$

$$x + 240,000 - 2x = 50 \times 4,000$$

$$240,000 - x = 200,000$$

$$240,000 - 200,000 = x$$

หรือ $x = 240,000 - 200,000$

$$x = 40,000$$

ดังนั้น รัตนาแบ่งเงินส่วนแรกเพื่อฝากธนาคาร 40,000 บาท

และ เงินส่วนที่สองที่ถูกนำไปลงทุน เท่ากับ $120,000 - 40,000 = 80,000$ บาท จบ

10. น้อยซื้อกาแฟ ชนิดกิโลกรัมละ 170 บาท กับกาแฟชนิดช็อคโกแลตกิโลกรัมละ 150 บาท งบประมาณ จงหาว่า น้อยต้องซื้อกาแฟ ชนิดละกี่กิโลกรัม เพื่อให้ได้กาแฟผสม 30 กิโลกรัม และทยกิโลกรัมละ 200 บาท แล้วได้กำไร 20 %

วิธีทำ สมมติให้ น้อยซื้อกาแฟ ชนิดกิโลกรัมละ 170 บาท จำนวน x กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $170x$ บาท
 ซื้อกาแฟ ชนิดช็อคโกแลต 150 บาท จำนวน y กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $150y$ บาท

✓ ถ้ากาแฟผสมมีน้ำหนัก 30 กิโลกรัม ดังนั้น $x + y = 30$ _____ (1)

และ กาแฟผสม 30 กิโลกรัม ทยกิโลกรัมละ 200 บาท ทำนี้เขาได้เงิน $30 \times 200 = 6,000$ บาท
 และ เงิน 6,000 บาท คือต้นทุน + กำไร 20 % หรือราคาขายที่ได้กำไร 20 %

กำไร 20 % หมายถึงขายได้ 120 บาท จากทุน 100 บาท
 ดังนั้น ขายได้ 6,000 บาท จากทุน $\frac{6,000 \times 100}{120}$
 $= 5,000$ บาท

✓ แสดงว่า ทุนที่ซื้อกาแฟทั้งสองชนิดมา คือ $170x + 150y = 5,000$ _____ (2)

นำ (1) \times 170 เพื่อให้ได้รูป $170x$;

นำ (1) \times 170 ; $170x + 170y = 170 \times 30$
 $170x + 150y = 5,000$ _____ (3)

นำ (3) - (2) เมื่อกำจัดตัวแปร x เหลือตัวแปร y ;

นำ (3) - (2) ; $170x + 170y - (170x + 150y) = 5,100 - 5,000$
 $170x + 170y - 170x - 150y = 100$
 $30y = 100$
 $y = \frac{100}{30} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

แทนค่า $y = \frac{10}{3}$ ใน (1) เมื่อหาตัว x ;

จาก (1) ; $x + y = 30$

$x + \frac{10}{3} = 30$

$x = 30 - \frac{10}{3} = \frac{90}{3} - \frac{10}{3}$

$x = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$

ดังนั้น น้อยจะซื้อกาแฟชนิดแรก $26\frac{2}{3}$ กิโลกรัม
 ซื้อกาแฟ ชนิดที่สอง $3\frac{1}{3}$ กิโลกรัม

ตอบ

11. แม่ค้าขายส้มสองชนิดดังนี้ ชนิดแรกขายกิโลกรัมละ 25 บาท ชนิดที่สองขายกิโลกรัมละ 30 บาท ถ้าแม่ค้าขายส้ม-
ทั้งสองชนิดได้ 70 กิโลกรัม เป็นเงิน 1,780 บาท จงหาว่าแม่ค้าขายส้มได้ชนิดละกี่กิโลกรัม

วิธีทำ

สมมติให้ แม่ค้า ขายส้มชนิดแรกไป x กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 25 บาท รวมได้เงิน $25x$ บาท
ขายส้มชนิดที่สองไป y กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 30 บาท รวมได้เงิน $30y$ บาท

แม่ค้า ขายส้มทั้งสองชนิดได้ 70 กิโลกรัม แสดงว่า $x + y = 70$ _____ (1)

และ แม่ค้า ขายส้มทั้งสองชนิด รวมได้เงิน $25x + 30y = 1,780$ _____ (2)

นำ (1) \times 25 เพื่อจัดรูปสมการให้ได้ $25x$;

นำ (1) \times 25 ;
$$\begin{aligned} 25x + 25y &= 25 \times 70 \\ 25x + 25y &= 1,750 \end{aligned}$$
 _____ (3)

นำ (2) - (3) เพื่อกำจัดตัวแปร x แทนตัวแปร y ;

โดย (2) - (3) ;
$$\begin{aligned} 25x + 30y - 25x - 25y &= 1,780 - 1,750 \\ 5y &= 30 \\ y &= \frac{30}{5} = 6 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

แทนค่า $y = 6$ ใน (1) เพื่อหาค่า x ;

จาก (1) ;
$$\begin{aligned} x + y &= 70 \\ x + 6 &= 70 \\ x &= 70 - 6 \\ x &= 64 \end{aligned}$$

ดังนั้น แม่ค้า ขายส้มชนิดแรกได้ 64 กิโลกรัม
และ ขายส้มชนิดที่สองได้ 6 กิโลกรัม

ตอบ

12. ซื้อข้าวสารมาสองชนิด ชนิดแรกเป็นข้าวกล้อง ราคา กิโลกรัมละ 8 บาท ชนิดที่สองเป็นข้าวมันปู ราคา กิโลกรัมละ 21 บาท นำมาผสมกัน แล้วขาย กิโลกรัมละ 21 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 10% จงหาอัตราส่วนของข้าวกล้องต่อข้าวมันปู โดยน้ำหนัก

วิธีทำ

สมมติว่า ซื้อข้าวกล้องมา x กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 8 บาท คิดเป็นเงิน $8x$ บาท
ซื้อข้าวมันปูมา y กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 21 บาท คิดเป็นเงิน $21y$ บาท

เมื่อนำมาผสมกัน แล้วขาย กิโลกรัมละ 21 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 10%

หมายความว่า ข้าวผสม 1 กิโลกรัม ขาย กิโลกรัมละ 21 บาท
ถ้า ข้าวผสม $x+y$ กิโลกรัม ขายได้เงินรวม $21(x+y)$
 $= 21x + 21y$ บาท

จึงราคาขาย ที่ขายได้ $21x + 21y$ คือ ขายได้กำไร 10%

หมายความว่า ขายได้ 110 บาท จากทุน 100 บาท

ดังนั้น ขายได้ $21x + 21y$ บาท จากทุน $(21x + 21y) \times \frac{100}{110}$
 $= \frac{10}{11} (21x + 21y)$ บาท

แสดงว่า ทุน $8x + 21y$ บาท เท่ากับทุน $\frac{10}{11} (21x + 21y)$ บาท
ดังนั้น $8x + 21y = \frac{10}{11} (21x + 21y)$

$$11(8x + 21y) = 10(21x + 21y)$$

$$88x + 231y = 210x + 210y$$

$$231y - 210y = 210x - 88x$$

$$21y = 122x$$

หรือ $122x = 21y$

ทำให้ $\frac{x}{y} = \frac{21}{122}$

เมื่อ x แทน น้ำหนักข้าวกล้อง และ y แทน น้ำหนักข้าวมันปู

ดังนั้น $\frac{x}{y} = \frac{\text{ข้าวกล้อง}}{\text{ข้าวมันปู}} = \text{ข้าวกล้อง} : \text{ข้าวมันปู}$

$$= 21 : 122$$

ตอบ

hint : $21 : 122$ มีค่าประมาณ $1 : 5.8$

13. เมื่อเวลา 08.30 น. ก้องขับรถยนต์ออกจากเมืองสาหลาไปตามถนนสายหนึ่ง ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง อีก 1 ชั่วโมงต่อมา ปอขับรถยนต์ออกจากที่เดียวกัน และไปตามเส้นทางเดียวกับก้อง ด้วยอัตราเร็ว มากกว่าก้อง 20 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จงหาว่า ปอจะตามก้องทันในเวลาที่

วิธีทำ

สมมติว่า ก้องขับรถยนต์ ด้วยอัตราเร็ว 60 km/hr

ทำให้ทราบว่า ปอขับรถยนต์ ด้วยอัตราเร็ว $60 + 20 = 80$ km/hr

ก้องขับรถออกไปก่อน ปอ 1 ชั่วโมง

ปอ ขับรถออกไปที่หลังก้อง 1 ชั่วโมง

* แต่ เขาทั้งสอง ขับรถยนต์ ด้วยระยะทางที่เท่ากัน

แม้ ปอจะขับตามก้องไป แต่เขาใช้ความเร็วที่มากกว่า เขาจึงตามก้องทัน

พิจารณา ก้อง ; ก้องขับรถ 1 ชั่วโมง ได้ระยะทาง 60 km

ดังนั้น ก้องขับรถ x ชั่วโมง ได้ระยะทาง $60x$ km

พิจารณา ปอ ; ปอขับรถยนต์ 1 ชั่วโมง ได้ระยะทาง 80 km

ดังนั้น ปอขับรถยนต์ $x-1$ ชั่วโมง ได้ระยะทาง $80(x-1)$ km

ด้วยระยะทางที่เท่ากัน ดังนั้น $60x = 80(x-1)$

$$60x = 80x - 80$$

$$80 = 80x - 60x = 20x$$

หรือ $20x = 80$

$$x = \frac{80}{20} = 4$$

ทำให้ทราบว่า ก้องขับรถเป็นเวลา 4 ชั่วโมง และปอขับรถเป็นเวลา 3 ชั่วโมง

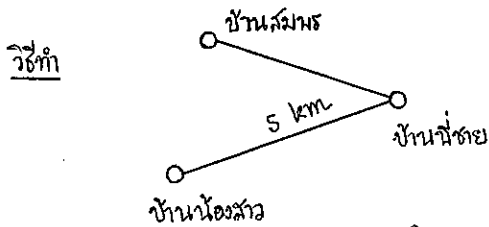
และรถทั้งสองคัน เจอกันที่เวลา 08.30 + 4 ชั่วโมง

$$= 12.30 \text{ น.}$$

ตอบ

14. สมานขับรถอู่เต็นจากบ้าน ไปส่งพี่ชาย และน้องสาวที่บ้านของแต่ละคน บ้านน้องสาวอยู่ไกลจากบ้านพี่ชาย 5 กิโลเมตร เขาใช้เวลาขับรถไปบ้านพี่ชาย 45 นาที หลังจากส่งพี่ชายแล้ว เขาขับรถไปส่งน้องสาวโดยใช้อัตราเร็วลดลง 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และใช้เวลา 12 นาที จงหา

- 1) สมาน ขับรถไปส่งพี่ชาย ด้วยอัตราเร็วเท่าไร
- 2) ระยะทางระหว่างบ้านของสมาน กับบ้านพี่ชาย



✓ 1) สมมติให้ สมานขับรถไปส่งพี่ชายด้วยอัตราเร็ว x กิโลเมตร ต่อชั่วโมง
 ดังนั้น เขา ขับรถไปส่งน้องสาว ด้วยอัตราเร็ว $x - 10$ กิโลเมตร ต่อชั่วโมง
 และ เขาใช้เวลาขับรถ 12 นาที

แสดงว่า เวลา 60 นาที ขับรถได้ระยะทาง $x - 10$ กิโลเมตร
 เวลา 12 นาที ขับรถได้ระยะทาง $(x - 10) \times \frac{12}{60} = (x - 10) \times \frac{1}{5}$
 $= \frac{x - 10}{5}$ กิโลเมตร

ซึ่งระยะทาง $\frac{x - 10}{5}$ กิโลเมตร เท่ากับระยะทาง 5 กิโลเมตร
 ดังนั้น $\frac{x - 10}{5} = 5$

$$x - 10 = 5 \times 5 = 25$$

$$x = 25 + 10 = 35$$

ดังนั้น สมานขับรถไปส่งพี่ชาย ด้วยอัตราเร็ว 35 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง ตอบ

✓ 2) สมานใช้เวลาขับรถจากบ้านของตน ไปบ้านพี่ชาย ด้วยอัตราเร็ว x กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 ซึ่งจากการพิจารณา 1) ทำให้ทราบว่า เป็นอัตราเร็ว 35 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง
 โดยใช้เวลาขับรถ 45 นาที

แสดงว่า เวลา 60 นาที เขาขับรถได้ระยะทาง 35 กิโลเมตร
 ดังนั้น เวลา 45 นาที เขาขับรถได้ระยะทาง $35 \times \frac{45}{60}$

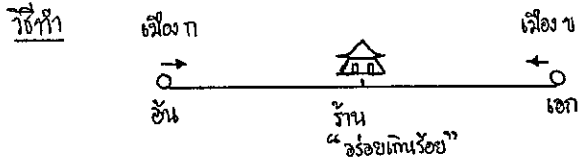
$$= 35 \times \frac{3}{4}$$

$$= 26 \frac{1}{4} \text{ กิโลเมตร}$$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างบ้านของสมาน กับบ้านพี่ชาย เท่ากับ $26 \frac{1}{4}$ กิโลเมตร ตอบ

15. อัน ขับรถยนต์จากเมือง ก ส่วนเอกขับรถยนต์จากเมือง ข ไปพบกันที่ร้านอาหาร "อร่อยเกินร้อย" ซึ่งอยู่กึ่งกลางของระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข ถ้าเอกขับรถยนต์ด้วยอัตราเร็วมากกว่าอัน 10 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง เอกจะใช้เวลาเพียง 40 นาที ก็ถึงจุดนี้สมัน ส่วนอัน ไปถึงช้ากว่าเอก 5 นาที จงหา

- 1) อัตราเร็วของรถยนต์ทั้งสองคัน
- 2) ระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข



- 1) ถ้า อัน ขับรถด้วยอัตราเร็ว x กิโลเมตร ต่อชั่วโมง
 ดังนั้น เอก ขับรถด้วยอัตราเร็ว $x+10$ กิโลเมตร ต่อชั่วโมง

เอก ใช้เวลาเพียง 40 นาที ด้วย $V_{เอก} = x+10$ km/hr

อัน ใช้เวลาช้ากว่าเอก 5 นาที ดังนั้น อัน ใช้เวลาขับรถ $40+5$

$$= 45 \text{ นาที ด้วย } V_{อัน} = x \text{ km/hr}$$

พิจารณาการขับรถของเอก ; เวลา 60 นาที เอกขับรถได้ระยะทาง $x+10$ km

ดังนั้น เวลา 40 นาที เอกขับรถได้ระยะทาง $(x+10) \times \frac{40}{60}$

$$= \frac{2}{3}(x+10) \text{ km}$$

พิจารณาการขับรถของอัน ; เวลา 60 นาที อันขับรถได้ระยะทาง x km

ดังนั้น เวลา 45 นาที อันขับรถได้ระยะทาง $\frac{45}{60}x$

$$= \frac{3}{4}x \text{ km}$$

ซึ่ง ระยะทาง $\frac{2}{3}(x+10) \text{ km}$ เท่ากับ $\frac{3}{4}x \text{ km}$

$$\text{หรือ } \frac{2}{3}(x+10) = \frac{3}{4}x$$

$$(4 \times 2)(x+10) = (3 \times 3)x$$

$$8x + 80 = 9x$$

$$80 = 9x - 8x$$

$$\text{หรือ } x = 80$$

แสดงว่า อัน ขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง

และ เอก ขับรถด้วยอัตราเร็ว $80+10 = 90$ กิโลเมตร ต่อชั่วโมง

ตอบ

- 2) ระยะทางระหว่างเมือง ก และเมือง ข หาได้จากกรคำนวณดังนี้

$V_{อัน} = x = 80$ km/hr แสดงว่า เวลา 60 นาที อันขับรถได้ระยะทาง 80 กิโลเมตร

ดังนั้น เวลา 45 นาที อันขับรถได้ระยะทาง $\frac{45}{60} \times 80 = 60$ กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะทางระหว่างเมืองทั้งสอง = $2 \times 40 = 80$ กิโลเมตร

ตอบ