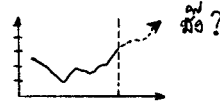


บทที่ 2  
 ความน่าจะเป็น  
 (Probability)

2.1 ความน่าจะเป็น

● ในชีวิตประจำวัน เราต้องใช้การคาดเดาในการตัดสินใจทำอะไรสักอย่าง เช่น

- นุ่งนี้ฝนจะตกไหมเนี่ย ?
- เลขท้าย 3 ตัว จะใช้ 572 นี้อีกป่าว ?
- ทำไมซื้อหวยมา 30 กว่าปีแล้วยังไม่เคยถูกล่ะ ?
- อีก 2 สัปดาห์ หุ้นตัวที่เราถือหุ้นน่าจะ rebound



● ในทางคณิตศาสตร์แล้ว เราต้องหาจำนวนใด ๆ ที่จะบอกถึงโอกาสมาก / น้อยที่จะเกิดเหตุการณ์ในสิ่งนั้น และ เรียกจำนวนนั้นว่า "ความน่าจะเป็น" ของเหตุการณ์

● การทราบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง นั้น ทำให้เราทราบว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์นั้น มีมาก/น้อยเพียงใด เป็นประโยชน์ ต่อการตัดสินใจ ของเรา มาก ๆ เช่น

- เรา จะไปเยี่ยมเพื่อน แต่ละครอบครัวเพื่อนของเรา มีขนาดต่างกัน เราเลยไม่กล้าเดินเท้าไป เพราะ ถ้าเดินเท้าไปแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะโดนหมกกัด มีสูงมาก
- แม่ ซื้อหวยมา 30 ปี แล้ว แต่ไม่เคยถูกล่ะ  
 วันหนึ่งนี้ พรอฮตา เราไปห้แม่ไม่ได้ซื้อ เพราะมีความน่าจะเป็นว่า ซื้อไปก็ไม่ได้ถูกล่ะเนอะ
- นรขัย ออกเป็นนักเรียนนายร้อยมาก แต่แค่ทดสอบภายในโรงเรียน เกรดยังไม่ถึง 2.00 และแต่ละปี มีคนสมัครสอบเป็นนักเรียนนายร้อย จบ. ปีละประมาณ 30,000 คน แต่สอบได้ประมาณ 100 คน หรือ คิดเป็นอัตราส่วน คนที่สมัคร : คนที่สอบได้ = 300 : 1  
 แกรมทุกคนที่สอบได้ เกรดเฉลี่ยเกิน 3.50 ทุกคน  
 ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นรขัย จะสอบติดเป็นนักเรียนนายร้อยนี้  $\approx 0$

น้อง ๆ ลองอ่านตัวอย่างมีเพิ่มเติมในหน้า 30 - 32 ครัว เป็นประโยชน์มากในการช่วยชีวิตคนด้วย

2.2 การสุ่ม การทดลองสุ่ม และเหตุการณ์

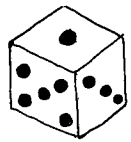
น้องๆ ต้องจำให้ได้ว่า ข้อสอบที่ออก มักมีการทดลองสุ่ม ด้วยกร

- |  |  |
|--|--|
| - โยนเหรียญ , ปั่นหัวก้อย              | - ป่าช้า หมุนทับ                               |
| - ทอยลูกเต๋า                           | - แวงล้อ , ซ้ำหรือ                             |
| - เล่นไพ่ (Card)                       | - และ มรบนั้นประเภทอื่น ๆ ทุกชนิด ( etc. )     |
| - หยิบลูกบอลสีต่างๆ ในภาชนะ ซึ่งมีทั้ง | [ หยิบแล้วใส่คืน<br>หยิบแล้ว <u>ไม่</u> ใส่คืน |

การทดลองสุ่ม

- โยนเหรียญ 1 เหรียญ หน้าขึ้นหมายถึงหัวเป็น หัว หรือ ก้อย
- โยนเหรียญ 2 เหรียญ หน้าขึ้นหมายถึงหัวเป็น (หัว, หัว) (หัว, ก้อย) (ก้อย, หัว) หรือ (ก้อย, ก้อย)

- โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง หน้าขึ้นหมายถึงหัวเป็นแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6



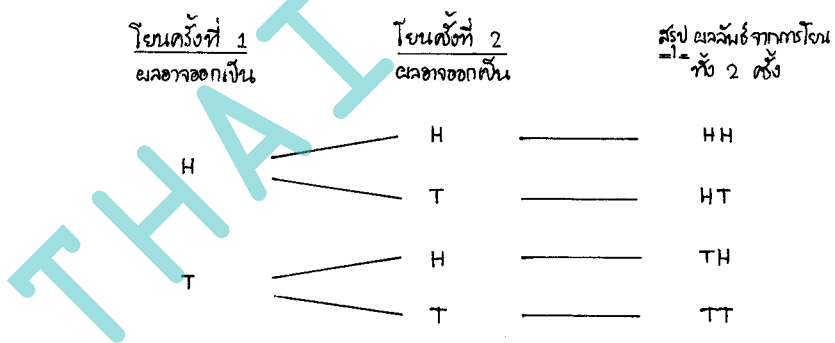
จะเห็นว่า เราบอกไม่ได้ว่า ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจะเป็นอะไร บอกได้แต่เพียงว่า จะผลลัพธ์อะไรที่จะเกิดขึ้นบ้าง ( จำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น ทั้งหมดเลย ) เรียกการกระทำเหล่านี้ว่า “การทดลองสุ่ม (Random Trial)” จาก การทดลองสุ่มดังกล่าว เป็นการแจกแจงว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดเหล่านั้นมีอะไรบ้าง ? เราจึงต้องทำการระบบการต่อไปนี้

ผลลัพธ์จากการทดลองสุ่ม

ดูการทดลองสุ่ม แล้วพิจารณาผลที่เกิดขึ้นต่อไปนี้

1. โยนเหรียญ 1 เหรียญ 2 ครั้ง ถ้าออกหัว แทนด้วย H (H-Head)  
ถ้าออกก้อย แทนด้วย T (T-Tail)

ดูผลลัพธ์ ที่เกิดขึ้นในระดับ



ผลจากการทดลองสุ่มทั้งหมด จึงมี 4 แบบคือ HH, HT, TH, และ TT

2. สุ่มหยิบลูกบิงปอง 2 ลูก พร้อมกัน จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบิงปอง 3 ลูกคือ สีแดง 1 ลูก, สีขาว 1 ลูก, และสีฟ้าเงิน 1 ลูก

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น จึงเป็น

แดง, ขาว	} ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 3 เหตุการณ์
แดง, ฟ้าเงิน	
และ ขาว, ฟ้าเงิน	

3. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ใบ จากทอไลบอล 2 ใบ ดังรูป



ใวทอไลที่ 1 มีบอล 1, 2, และ 3

ผลทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม คือ

บอลครั้งที่ 1	บอลครั้งที่ 2	ผลลัพธ์
1	A	1A
	B	1B
2	A	2A
	B	2B
3	A	3A
	B	3B

∴ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 6 แบบ คือ 1A 1B 2A 2B 3A และ 3B

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ สิ่งที่น่าสนใจจะมีกรณีจากการทดลองสุ่มในแต่ละข้อข้างต้น คือ เหตุการณ์ (events)

ดังนั้น จาก 1) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม คือ HH HT TH TT

แล้ว เหตุการณ์ที่จะออกหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง คือ HH HT TH รวม 3 เหตุการณ์

เหตุการณ์ที่จะไม่ออกหัวเลย มี 1 เหตุการณ์ คือ TT

2) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มคือ แดง, ขาว แดง, เขียว และ ขาว, เขียว

แล้ว เหตุการณ์ที่จะไม่ได้สีขาวเลย มี 1 เหตุการณ์ คือ แดง, เขียว

เหตุการณ์ที่จะได้สีเขียวนั้น มี 2 เหตุการณ์ คือ แดง, เขียวน และ ขาว, เขียวน

3) ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม คือ 1A 1B 2A 2B 3A และ 3B

แล้ว เหตุการณ์ที่จะไม่ออกเลข 1 คือ 2A 2B 3A และ 3B รวม 4 เหตุการณ์

เหตุการณ์ที่จะออกเลข 1 และ B คือ 1A 1B 2B 3B รวม 4 เหตุการณ์

\* นี่คือ นื่องๆ ต้องหา "เหตุการณ์" ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น แล้วกลับไปดูที่โจทย์ว่า

- โจทย์ถามหา "เงื่อนไขของเหตุการณ์" เป็นอย่างไร แล้วเราก็หาคำตอบในโจทย์ ก็เรียบร้อยครับ

(หน้า ๖๘)

Ex 1 ตัวอย่างการโยนเหรียญ หัว / ก้อย เพื่อพิจารณาเหตุการณ์ที่โจทย์ต้องการ  
น้อง ๆ ลองศึกษาตัวอย่างนี้ดูบ้าง ไม่ยาก ๆ

★ ที่สำคัญคือ Ex 2 ครับ เห็นตัวอย่างที่ Classic มาก ๆ นั่นคือ การสุ่มหยิบเบอร์ในกล่องปิดทับ  
ตามหากันเกิดตรงที่ เงื่อนไขการหยิบที่ไม่เหมือนกัน กล่าวคือ

- หยิบ แล้วใส่คืน
- หยิบแล้วไม่ใส่คืน

★ ตัวอย่างลักษณะนี้ ถูกนำไปออกในข้อสอบคัดเลือกเกือบทุกครั้ง ที่จึงพยายามเขียนอธิบายตัวอย่างนี้เป็นพิเศษ -  
- ต้องต่อไปครับ

สลาก 4 ใบ มีหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 ถูกใส่อยู่ในกล่องปิดทับ จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ต่อไปนี้

- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขทั้งสองเท่ากับ 4
- 2) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่ 1 จะได้เลข 2

โดยให้พิจารณาทั้ง หยิบแบบไม่ใส่คืน และ หยิบแบบใส่คืน

วิธีทำ

● เหตุการณ์แบบไม่ใส่คืนก่อนครับ กรณีนี้ ครั้งแรกและครั้งที่สองของการหยิบ เราจะได้เลขที่ไม่ซ้ำกันเลยครับ

หยิบครั้งที่ 1	หยิบครั้งที่ 2	สรุปเหตุการณ์
1	2	→ 1, 2
	3	→ 1, 3
	4	→ 1, 4
2	1	→ 2, 1
	3	→ 2, 3
	4	→ 2, 4
3	1	→ 3, 1
	2	→ 3, 2
	4	→ 3, 4
4	1	→ 4, 1
	2	→ 4, 2
	3	→ 4, 3

รวม 12 เหตุการณ์

- แล้ว
- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของหมายเลขทั้งสองเท่ากับ 4 คือ (1, 3) และ (3, 1) รวม 2 เหตุการณ์
  - 2) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่ 1 จะได้เลข 2 คือ (2, 1), (2, 3) และ (2, 4) รวม 4 เหตุการณ์

( ต่อหน้า ถัดไป )

- ต่อไป เหตุการณ์แบบไม่ขึ้นกันบ้างครับ กรณีนี้ ครั้งแรกและครั้งที่สองของกรณีย มาอาจได้ - หมายเลขที่ซ้ำกันได้ด้วย

กรณียครั้งที่ 1	กรณียครั้งที่ 2	สรุปเหตุการณ์
1	1 2 3 4	1,1 1,2 1,3 1,4
2	1 2 3 4	2,1 2,2 2,3 2,4
3	1 2 3 4	3,1 3,2 3,3 3,4
4	1 2 3 4	4,1 4,2 4,3 4,4
รวม		16 เหตุการณ์

- แล้ว
- 1) เหตุการณ์ที่ผลบวกของทั้งสองหมายเลขเท่ากับ 4 คือ (1,3), (2,2) และ (3,1) รวม 3 เหตุการณ์
  - 2) เหตุการณ์ที่กรณียครั้งที่ 1 จะได้เลข 2 คือ (2,1), (2,2), (2,3) และ (2,4) รวม 4 เหตุการณ์

นั่นคือ แม้ค่าตามจำนวนเหมือนกัน แต่ลำดับของสองเงื่อนไขกรณียนั้นแตกต่างกันโดยสิ้นเชิง

โดย ถ้ากรณียแบบไม่ขึ้น โททสจะเกิดเหตุการณ์ที่โจทย์ต้องการนั้น มากกว่าแบบที่ไม่ไม่ขึ้นด้วย

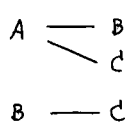
เพราะแต่ละครั้งในกรณียนั้น สโตทสที่ตัวเลขจะซ้ำกันได้ เช่น (1,1), (2,2), (3,3) หรือ (4,4)

ในขณะที่กรณียแบบไม่ไม่ขึ้นนั้น ไม่มีโททสที่ซ้ำกันเกิดขึ้นเลยด้วย

ต่อไป ลองมาดูกรณียลูกบอลสีออกจากภาชนะบ้าง กรณี "ลำดับ" ของกรณียจะเข้ามาจับบทบาทในกรณีการนับด้วยครับ

เมื่อมีการสุ่มกรณียให้ได้สีของมากกว่าหนึ่งอันออกจากภาชนะ สามารถทำได้ 3 แบบ เช่น กรณียลูกบอล 2 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอล 3 ลูก คือ A, B และ C

กรณีที่ 1 กรณีย 2 ลูกพร้อมกัน



ผลลัพธ์ที่ได้ (หรือเหตุการณ์ที่ได้) ทั้งหมด จากการทดลองสุ่ม มี 3 แบบ คือ

(A, B), (A, C) และ (B, C)

★ ในกรณีนี้ (A, B) มีความหมายเดียวกับ (B, A)

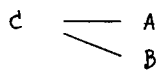
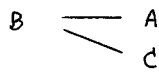
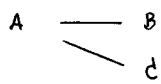
(A, C) มีความหมายเดียวกับ (C, A)

และ (B, C) มีความหมายเดียวกับ (C, B)

★★ โดย ไม่มีโททสที่เหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (C, C)

เพราะไม่ใช่กรณียแบบไม่ขึ้น ก่อนกรณียครั้งที่ต่อไป

กรณีที่ 2 หจับลูกบอลทีละลูก แบบไม่ใส่คืน กล่าวคือ หจับลูกแรกก่อน แล้วตามมาทางของภาชนะ ก่อนจะหจับลูกที่สอง



ผลลัพธ์ (หรือเหตุการณ์) ทั้งหมดที่ได้ จากการทดลองสุ่ม มีถึง 6 แบบ (มากกว่ากรณีที่ 1) คือ

(A, B), (A, c), (B, A), (B, c), (c, A) และ (c, B)

★ สังเกตว่า (A, B) ไม่ใช่ความหมายเดียวกับ (B, A)

เพราะถือว่า "ลำดับ" การหจับขึ้นก่อน / หรือ หลัง

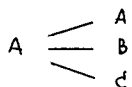
มีความสำคัญต่อการนิยาม

เช่นเดียวกัน (A, c) ≠ (c, A) และ (B, c) ≠ (c, B)

★★ และจะเห็นว่า ไม่มีเหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (c, c)

เพราะไม่ใช่การหจับ แบบไม่ใส่คืน ก่อนการหจับครั้งที่สองต่อไป

กรณีที่ 3 หจับลูกบอลทีละลูก แล้วใส่คืน ก่อนจะหจับลูกที่สอง ( กล่าวคือ หจับลูกที่หนึ่ง ซูลี่ ใส่คืนลงในในกล่อง แล้วหจับ - ลูกที่สอง )



ผลลัพธ์ (หรือเหตุการณ์) ทั้งหมดที่ได้ จากการทดลองสุ่ม

มีถึง 9 แบบ คือ (A, A), (A, B), (A, c), (B, A), (B, B), (B, c), (c, A), (c, B) และ (c, c)

★ โดยที่  $(A, B) \neq (B, A)$   
 $(A, c) \neq (c, A)$   
 $(B, c) \neq (c, B)$  } ตามการอธิบายเรื่อง "ลำดับ" ก่อน/หลัง ในกรณีที่ 2

★★ และ จะเห็นว่า มีเหตุการณ์ (A, A), (B, B) และ (c, c) เกิดขึ้น

เพราะ เป็นการหจับ แล้วใส่คืน ก่อนการหจับครั้งที่สองต่อไป

ดังนั้น จึงมีโอกาสที่จะหจับทั้งสองครั้ง แล้ว ได้ลูกบอลลูกเดิม

แม้จะเน้นกล่องใบเดียวกัน ลูกบอลก็ซ้ำเดิม แต่ผลลัพธ์ของ ทั้งสองกรณีนี้ นั้น ไม่เหมือนกันเลย เพราะเงื่อนไขการหจับที่ -  
-แตกต่างกัน ปัญหา classic ตัวอย่างลักษณะนี้ ถูกนำไปออกเป็นปัญหาการสอบวัดผลออกทำเรื่องต่ออยู่ทุกๆปี ทุกๆแห่ง  
 ★ น้องๆ ต้องศึกษา และทำความเข้าใจไว้ให้ดี ก่อนลงมือทำ ก็ขอความมั่นใจในกรรมกับปัญหาด้วย

หน้าเลขอ่าน Ex 3 ในหน้า (42-44) ครบ ก่อนที่จะทำแบบฝึกหัด 2.2 ครบ

- ★ เนื่องจาก ตั้งแต่ Part นี้ มีสิ่งทดองบ้างเยอะมาก และเวลาเหลือน้อยมาก
- ถ้าเรียนอย่างละเอียดเกรงว่า เวลาที่มีจะไม่พอ มีจึงขอทำแบบฝึกหัด และเขียนในรูปแบบของ Lecture (เขียนหัด)

→ แทนอ่านได้นะ

แต่มีจะกลับมาทำต้นฉบับที่สมบูรณ์ หลัง เม.ย. ๒๕๕๖ ครับ

มีหน้า

๒๑ ม.ค. ๕๖, ๐๕๕๕ LT.

เริ่มเลขคณิต

แบบฝึกหัด ๑.๒ (หน้า 45)

1. เขียนผลลัพธ์ที่ออกมาจากตารางต่อไปนี้

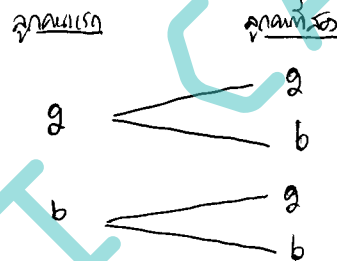
1) ลำดับเลขคณิต ในสองตัว ที่มีบุตร 2 คน

วิธี สมมติว่าเรามีลูก 2 คนในลำดับ ลูกชายแรกจะเป็นเด็กผู้หญิง หรือ เด็กผู้ชาย

ใน เด็กหญิง = girl (g)

เด็กชาย = boy (b)

แล้วมาดู ลำดับ



= ผลลัพธ์ที่ออกมาจากแผน C ลูกคนแรก, ลูกคนที่สอง

= (g,g) (g,b) (b,g) (b,b)

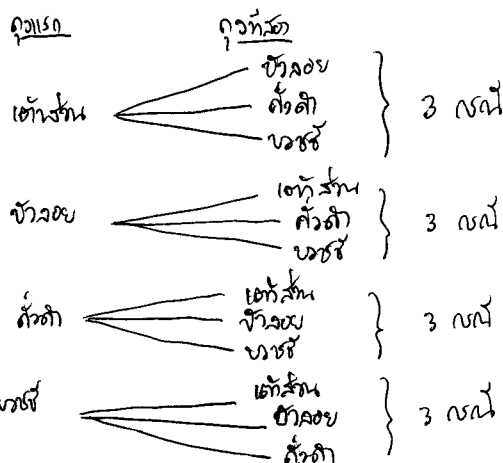
หรือ (n,n) (n,b) (b,n) และ (b,b) 4 ลำดับ

ถ้าถามว่ามีกี่ลำดับที่นับไปได้ = 4 ลำดับ

2. นก 2 คู่ จากนกตัว ที่มีนก 4 คู่ คือ

- เต่าร้าง
- ข้าวลอบ
- ตัวดำ
- บวช

ถามเป็นไปได้อย่างไรที่นก 2 คู่ → ผลลัพธ์ที่ออกมา คือ



= ถามเป็นไปได้อย่างไรที่นก 2 คู่ จากชนิดนก 4 คู่ คือ 12 ลำดับ

นี่คือคำตอบที่เป็นไปได้ในนก 2 คู่ คือ

(เต่าร้าง, ข้าวลอบ)	(เต่าร้าง, ตัวดำ)	(เต่าร้าง, บวช)
(ข้าวลอบ, เต่าร้าง)	-	-
-	-	-
-	-	(บวช, ตัวดำ)

note: ถ้าหาเพื่อนในชั้น ย่อมกำหนดด้วยลำดับ

$$\left. \begin{array}{l} \text{เล่น} \text{ ใจที่ส่วน} = A \\ \text{วิชา} = B \\ \text{กีฬา} = C \\ \text{บวช} = D \end{array} \right\} \therefore \text{กรณีทั้งหมด} = (A, B) (A, C) (A, D) \\ (B, A) (B, C) (B, D) \\ (C, A) (C, B) (C, D) \\ (D, A) (D, B) (D, C) \text{ รวม } 12 \text{ กรณี}$$

note 2: ถ้าเลือกแล้วใส่คืน มีโอกาสที่จะจับได้จุดเดิม กล่าวคือ (ครั้งแรก, ครั้งที่สอง) = (วิชา, วิชา) หรือ (ใจที่ส่วน, ใจที่ส่วน) ก็จับไปได้

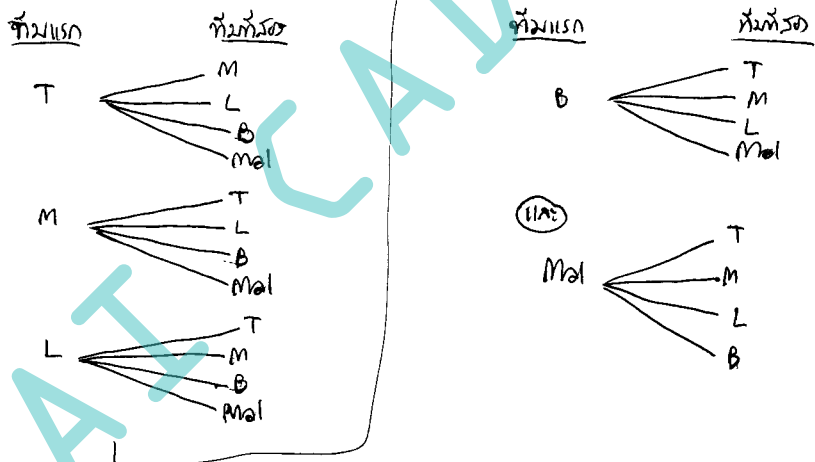
$$\therefore \text{ในกรณีนี้ กรณีทั้งหมด} = (A, A) (A, B) (A, C) (A, D) \\ (B, A) (B, B) (B, C) (B, D) \\ (C, A) (C, B) (C, C) (C, D) \\ (D, A) (D, B) (D, C) (D, D) \text{ รวม } 16 \text{ กรณีด้วย \#}$$

3. ถ้าจะหาของกันออกแล้ว จะไปส่งกันก็ไม่ได้ คน 22 คน แบ่งของแล้วถูกตัด?

ผู้ได้ของเป็นคนวิชา ก็คนละวิชาคนละวิชาด้วยทุกแห่ง

ไทย = T      บวช = B  
 วิชา = M      ภาลชัย = Mal  
 ลว = L

ถ้าแบ่งแบบคนกับคน แยกกรณีทั้งหมด



จะเห็นว่า กรณีที่ไม่จับคนกลับแล้ว แยกได้ทั้งหมดจะเป็นดังนี้  
 (T, M) (T, L) (T, B) (T, Mal)  
 (M, L) (M, B) (M, Mal)  
 (L, B) (L, Mal)  
 (B, Mal)      รวม 10 กรณี เพื่อ 10 คู่ที่จะขอ

ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทเชิงรวมที่พูด เพราะ

→ กรณีที่จะคนกลับแล้ว แยกได้ทั้งหมดจะเป็น  
 (T, M) (T, L) (T, B) (T, Mal)  
 (M, T) (M, L) (M, B) (M, Mal)  
 (L, T) (L, M) (L, B) (L, Mal)  
 (B, T) (B, M) (B, L) (B, Mal)  
 (Mal, T) (Mal, M) (Mal, L) (Mal, B)

note: กรณีจับคู่แบบนี้ จะไม่ได้กรณี

(T, T) (M, M) (L, L) (B, B) หรือ (Mal, Mal)

เพราะ T, T = ไทยไปหาคนไทย

M, M = วิชาไปหาวิชา

ซึ่งไม่ make sense ด้วย \*\*\*

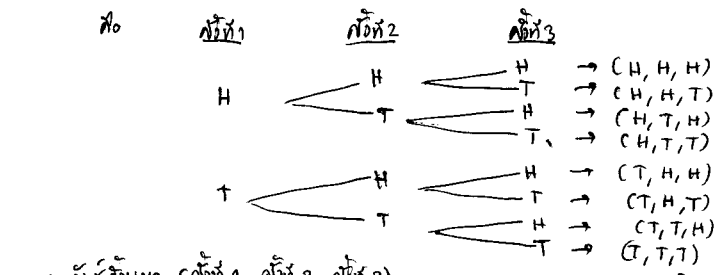
จะเห็นว่า (T, M) คู่กับ (M, T) → นั่นคือ  $\frac{1}{2} \binom{22}{2}$  หรือจับคู่กันได้ 11 คู่ และ (M, M) ไม่ได้อย่าจับคู่กันเพราะไปหาวิชาไปหาวิชาอีก เพราะมันซ้ำซ้อนด้วย

เพราะมีคู่ซ้ำอีกมากมาย

∴ จับได้ทั้งหมด 10 คู่ที่จะขอ #



2. ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดจากทอยเหรียญ 1 เหรียญ = 3 ครั้ง (H=หัว T=ก้อย) โดย H=Head=หัว T=Tail=ก้อย



= ผลลัพธ์ทั้งหมด (ครั้งที่ 1, ครั้งที่ 2, ครั้งที่ 3)  
 = (H, H, H) (H, H, T)  
 (H, T, H) (H, T, T)  
 (T, H, H) (T, H, T)  
 (T, T, H) และ (T, T, T) รวม 8 เหตุการณ์

- แนวคิดการเกิด
- ออกหัว 1 ครั้ง คือเหตุการณ์ (H, H, T), (H, T, H) และ (T, H, H) รวม 3 events
  - ออกหัวน้อยกว่าหัว คือออกหัว T มากกว่าหัว H นั่นคือ (H, T, T) (T, H, T) และ (T, T, H) รวม 3 events \* กรณี (T, T, T) ไม่มีหัว เพราะไม่มี H เลย
  - ออกหัวมากกว่า 2 ครั้ง

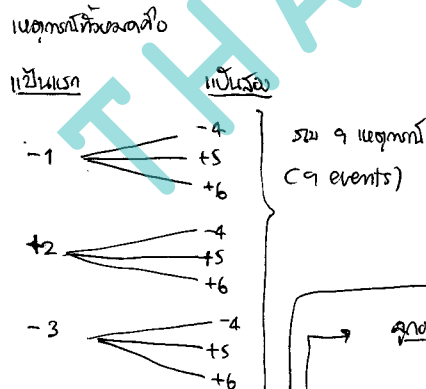
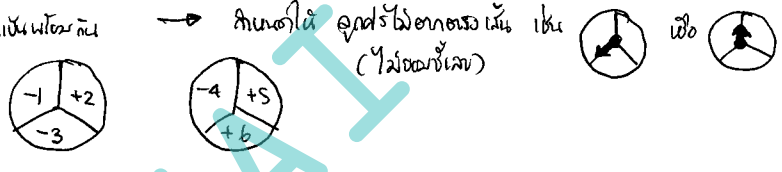
และ ④ ออกหัว และ ก้อย จำนวนครั้งเท่ากับ

ตาย น้อยกว่า หรือเกิน 3 ครั้ง  
 มีเหตุที่ไม่จบสิ้นที่ มันจะออกแบบนี้  
 (H, T, -) และ (T, H, -)  
 หมายความว่า เงินสักบาทออก H  
 เงินสักบาทออก T  
 เงินสักบาท 3 มันไม่จบแน่ แต่มันต้องออก  
 มันจะไม่จบสิ้น → เงินสักบาท มันจะไม่จบแน่ถ้าได้โอกาส

- ออกหัวมากกว่า 2 ครั้ง  
 ตาย ถ้าออกหัว 3 ครั้ง ขึ้นไป (มากกว่า 2 ถึง 3)  
 = (T, T, T) = 1 event  
 \* ถ้ามากกว่า ออกหัวออกน้อยกว่า 2 ครั้ง  
 คือออกหัว (H, T, T), (T, H, T), (T, T, H) และ (T, T, T)  
 \*\* ข้อควรระวังคือ clean สิบ

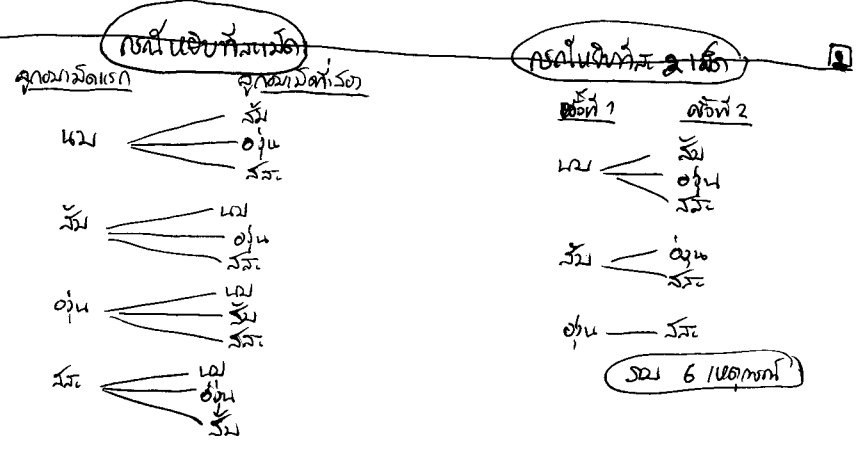
∴ เหตุการณ์ข้อ ④ คือไม่มีเหตุการณ์เกิดขึ้น (This event is nil.)

3. ผลลัพธ์จากทอยลูกเต๋านับเป็นจำนวนเต็ม



แล้ว 1) ผลรวมเป็นลบ  
 มี (-1, -4) เพราะ (-1) + (-4) = (-5) เป็นลบ  
 ที่เหลือบวก/ลบ กันเอาเองที่ลบ  
 (-2, -4), (-3, -4)  
 รวม 3 เหตุการณ์

4. จับลูกเต๋านับ 2 เม็ดจากเต๋านับ → จัดเลข 9  
 ผลลัพธ์เป็นไปได้อย่างไร



แล้วจะไปจับเอา บอกรายละเอียดที่มันจบสิ้น  
 นั่นคือไม่มีอะไรแบบนั้นอีกต่อไป หรือมันจบที่มันจบแล้ว  
 เราคงไม่ได้มันสิ้นแล้วมันจบแล้ว ล่ะ ล่ะ

## 2.3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (Probability)

ตัวอย่างการโยนลูกเต๋ามี 6 ด้าน มีตัวเลขที่ออกมา  $+1/-/x, \dots$  หรือเลขคู่

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ที่สนใจ (interesting events)}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ (all possible events)}} \rightarrow \text{interesting event(s)}$$

กรณีพิเศษ สองโรเตียม \* จำนวนผลลัพธ์ที่สนใจ  $\leq$  จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้

$\therefore$  ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $\leq 1$  เสมอ

ในตัวอย่าง 2.3 นี้ จะมีไพ่ (Card) ทั้งหมดที่ออกได้คือ 52 ใบ

### แบบฝึกหัด 2.3

1) ทอยลูกเต๋ายก 1 ลูก 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่

- 1) ออก 3 แต้ม
- 2) ออกแต้มคู่
- 3) ออกแต้มเป็น prime no. (จำนวนเฉพาะ)
- 4) ออกแต้มที่ไม่ใช่เลขที่ 3 ( $\neq 3$ ) ขึ้นเอง

Start ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของลูกเต๋าคือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 (รวม 6 เหตุการณ์)  
(คือได้เลข 1 หรือ มีแต้มออกได้แต่มีแต้มเลข 1 คือเลข 6)

1) ออก 3 แต้ม  $\rightarrow$  มี 1 เหตุการณ์

$$\therefore \text{ความน่าจะเป็น} = \frac{1}{6}$$

2) ออกแต้มคู่ = 2, 4 และ 6 รวม 3 events

$$\therefore \text{Prob} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ (คือ } \frac{1}{2} \text{)}$$

3) ออกแต้มจำนวนเฉพาะ = 2, 3, 5 รวม 3 events

$$\therefore \text{Prob} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

note: เลข 1 ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ เพราะตาม Definition แล้ว

จำนวนเฉพาะ = จำนวนที่มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 และ ตัวมันเอง

เริ่มจากเลข 2 ตัว (ไม่ใช่เลข 1)

$\rightarrow$  เลข 1 มีตัวประกอบ 1 ตัวที่ 1 (เลข 1)

4) ออกแต้มที่ไม่ใช่เลขที่ 3 = 2, 4, 5, 6 รวม 4 events

$$\therefore \text{Prob} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

สังเกตว่า Prob = ความน่าจะเป็น  $\rightarrow$  จะเป็นเลขส่วน เช่น ถ้าทอยลูกเต๋าคือ  $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  และ  $\frac{2}{3}$

$\rightarrow$  ไม่สามารถมีค่าเกิน 1 กล่าวคือ  $\frac{1}{6} \leq 1$  ; หรือ  $\frac{2}{3} \leq 1$  เป็นต้น

$$\frac{1}{2} \leq 1$$

$\rightarrow$  ไม่มีส่วน (Dimensionless)

Ans

2) กล่องลูกอม 2 เม็ด จาก 4 เม็ด ที่ใส่ลูกอม [แดง 4 เม็ด  $\rightarrow$  จำนวนที่เป็นแดง = Red = R

ฟ้า 2 เม็ด  $\rightarrow$  จำนวนที่เป็นฟ้า = Blue = B

จำนวนเหตุการณ์ทั้งหมด จาก การจับแบบไม่ใส่คืน คือ

$(R_1, R_2) (R_1, R_3) (R_1, R_4) (R_1, B_1) (R_1, B_2)$

$(R_2, R_1) (R_2, R_3) (R_2, R_4) (R_2, B_1) (R_2, B_2)$

$(R_3, R_1) (R_3, R_2) (R_3, R_4) (R_3, B_1) (R_3, B_2)$

$(R_4, R_1) (R_4, R_2) (R_4, R_3) (R_4, B_1) (R_4, B_2)$

$(B_1, R_1) (B_1, R_2) (B_1, R_3) (B_1, R_4) (B_1, B_2)$

$(B_2, R_1) (B_2, R_2) (B_2, R_3) (B_2, R_4) (B_2, B_1)$

\* ถ้ามีจุดแรกซ้ำกันหมายถึง

$$(R_1, R_2) \neq (R_2, R_1)$$

\*\* แต่ที่ ไม่ มีจุดแรกซ้ำกันหมายถึง

$$(R_1, R_2) = (R_2, R_1)$$

\*\*\* จากทั้งหมด เหตุการณ์ของ ความน่าจะเป็น

$\therefore$  เป็นกรณีของ การจับแบบไม่ใส่คืน

กล่าวคือ  $(R_1, R_2) \neq (R_2, R_1)$

คือ ถ้าให้ all events =  $5 \times 6 = 30$  events

1) 11.5 1) 11.5 1) 11.5 1) 11.5

- $R_1, B_1$     $R_1, B_2$   
 $R_2, B_1$     $R_2, B_2$   
 $R_3, B_1$     $R_3, B_2$   
 $R_4, B_1$     $R_4, B_2$   
 $B_1, R_1$     $B_1, R_2$     $B_1, R_3$     $B_1, R_4$   
 $B_2, R_1$     $B_2, R_2$     $B_3, R_3$     $B_4, R_4$    รวม 16 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{16}{30} = \left(\frac{8}{15}\right)$

2) 11.5 2) 11.5

- $R_1, R_2$     $R_1, R_3$     $R_1, R_4$   
 $R_2, R_1$     $R_2, R_3$     $R_2, R_4$   
 $R_3, R_1$     $R_3, R_2$     $R_3, R_4$   
 $R_4, R_1$     $R_4, R_2$     $R_4, R_3$    รวม 12 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{12}{30} = \left(\frac{2}{5}\right)$

3) 11.5 3) 11.5

- $B_1, B_2$  11.5  $B_2, B_1$  รวม 2 events

$\therefore \text{Prob} = \frac{2}{30} = \left(\frac{1}{15}\right)$

\*\*\* 4) 11.5 4) 11.5 Red or Black = 0 impossible

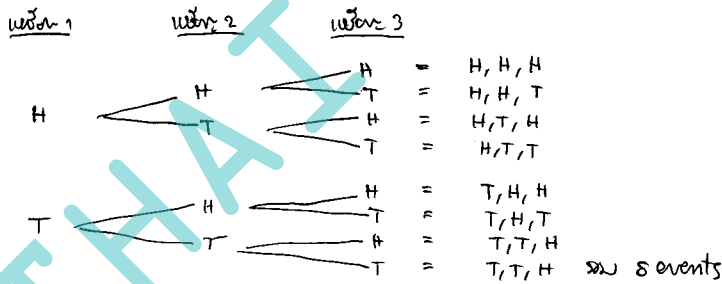
\*\*\* Red or Black =  $\Omega = 0$  impossible

Red or Black impossible  $\rightarrow 0$  impossible

Ans

5) 11.5 5) 11.5

3 events 1 event



11.5 5) 11.5

1) 11.5 1) 11.5

- $H, H, T$     $H, T, H$     $H, T, T$   
 $T, H, H$     $T, H, T$     $T, T, H$    รวม 7 events

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{7}{8}\right)$

$\frac{7}{8} \leq 1$  impossible

2) 11.5 2) 11.5

- $(H, H, H) = 1$  event

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{1}{8}\right)$  impossible

3) 11.5 3) 11.5

impossible impossible

$\rightarrow$  impossible impossible = 0 event

$\therefore \text{prob} = \frac{0}{8} = 0$

4) 11.5 4) 11.5

- $(H, H, T)$     $(H, T, H)$     $(T, H, H)$    รวม 3 events

$\therefore \text{Prob} = \left(\frac{3}{8}\right)$

note: Red or Black  $(H, H, H)$  or  $(H, H, H)$  impossible impossible impossible

Ans

4. ทอยเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นไปได้ทั้งหมดคือ (1,1) ถึง (6,6)

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

6 แถว x 6 หลัก นั่นเอง

รวม 36 เหตุการณ์

แล้วมาดูคำถามด้วย

① ผลรวมแต้ม = 7 มีเหตุการณ์ (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) และ (6,1) รวม 6 events

∴ Prob =  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

② ผลต่างแต้ม 2 มีกรณี (1,3) (2,4) (3,1) (3,5) (4,2) (4,6) (5,3) (6,4) รวม 8 events

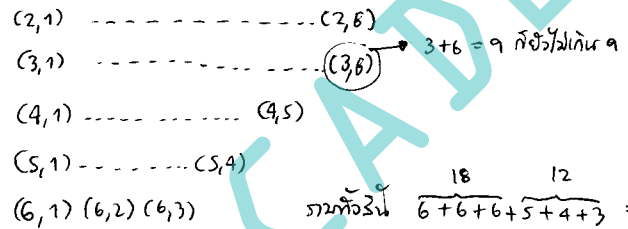
∴ Prob =  $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

\* ③ ผลรวมแต้มน้อยกว่า 2 ( $< 2$ ) คือ (1,1) (1,2) ... (6,5) (6,6) เป็นไปไม่ได้เลยจริงๆ เหตุผลที่บอกนี่นา !!!

∴ Prob =  $\frac{36}{36} = 1$

\*\* เป็นข้อแรกตั้งแต่วินาทีแรกก็เกิดขึ้นทันทีที่ทอย Prob = 1

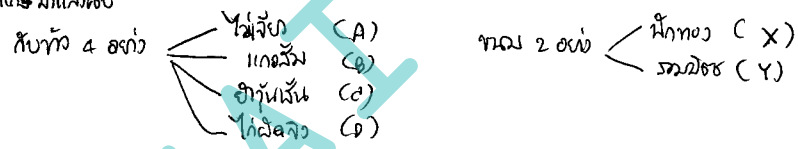
④ ผลรวมไม่เกิน 9 มีกรณี (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)



∴ Prob =  $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

note: ผลรวมไม่เกิน 9 คือแต้มใด ๆ ที่  $\leq 9$  แตกต่างกับผลรวม < 9 \*\*\*

⑤ ทักทอดเต๋วมวลแล้ว

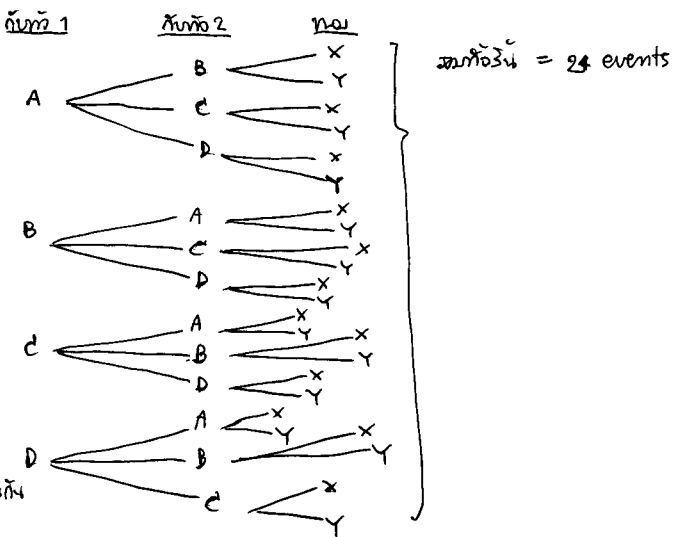


มาดูเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดกันดีกว่า ต้องตั้งได้กับตัว 2 ตัว ทอย 1 ตัว เช่น (A, B) และ X เป็นผลที่ได้ (A, B, X) หรือ L ที่บอก

\* โดยที่แบบมีเจ็ดกับไม่มีเจ็ด (A, B, X) ≠ (C, D, Y) เพราะจะเจ็ดแล้วไม่เจ็ดอีก

\* แต่ที่หน้าจะไม่เจ็ดกับมีเจ็ด (A, B, X) ≠ (C, D, Y) เพราะ (C, D, X) และ (D, C, X) รวม 2 events เช่นกัน

เหตุการณ์ทั้งหมด (all events) จึงเป็น



⑥ Prob ที่ใส่จะไม่เกิน

ทั้ง + ไม่เจ็ด + เก็ดแล้ว + รวมมีเจ็ด

คือเหตุการณ์ (A, B, Y) และ (B, A, Y) รวม 2 events

∴ Prob =  $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

แต่ถ้ารวมกัน ซ้ำกันแล้ว + ไม่เจ็ดอีก + มีเก็ดแล้ว (C, D, X) และ (D, C, X) รวม 2 events เช่นกัน

∴ Prob =  $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$  เช่นกันด้วย Ans

เป็นเช่น ความน่าจะเป็นในทฤษฎีจริง  $\rightarrow$  actual probability

มีนกตัว 1 ตัว น้อยกว่าสองเลขที่ 2 ตัวคือ 08 ทุกตัว, ทุกบาท, ทั้งปีทั้งชาติ

แต่ความน่าจะเป็นที่น้องจะถูกกวาดไป คือ  $\frac{1}{100} = 0.01$  เป็นเลขตัวเดียว ของกลุ่มเลข  $00 \rightarrow 99$   
 เลขที่ 100 ตัว

นั่นคือ ชาตินี้ น้อยกว่าไม่ถูกกวาดไปเลย เพราะไม่มีใครรู้ชื่อ ของคนใน 100 เลขที่ไป \* ฐานเลข เลขที่ 100 ชื่อ น้อยกว่าไป

ที่จริง  $= \frac{1}{100}$  นั่นคือ ความน่าจะเป็นทฤษฎีจริง = จำนวนตัวที่ชื่อตรงกับ 08 แล้วจะถูก  $\frac{1}{10^{20} \rightarrow 10^{30}}$   $\approx 0$   
 จำนวนตัวที่เลขที่ 100 ถูกกวาดไป ทั้งหมด ทุกตัวที่ชื่อ

↑  
 100000000000000000000  
 T-T

ข้อ 57 ส่วน การทำนาย (Prediction)

Case 1 คุกกี้รสส้ม 1 basket เป็น

- โยเกิร์ต 20 ชิ้น
- กล้วย 15 ชิ้น
- กล้วย 9 ชิ้น

ความน่าจะเป็น  
 ที่คุกกี้ไม่ได้เลือกกินเอง จะเลือกกินส้ม แทน

ที่จะเอาของ (คุกกี้) ส้ม เพราะมีปริมาณ เยอะที่สุด

โอกาสที่จะถูกหยิบกินโยเกิร์ต =  $\frac{20}{20+15+9} = \frac{20}{44}$

ในกรณีที่ โยเกิร์ตเป็นรสส้ม =  $\frac{15}{44}$

หาโอกาสที่จะเป็นกล้วย =  $\frac{9}{44}$  (ที่มี 2) \*

Case 2 ลูกสาวทอมชื่อ แสบ จะจับสลากได้เงิน 200 หรือ 300

สร. ก รับสลาก จากคนจับสลาก = 120 คน

สร. ข รับเงินกัน (ไว้จับสลาก) = 300 คน

เลือกคนที่จับสลาก (เลือก) มาจับไป สร. ก

รับเงิน มาจับไป สร. ข

มีเด็กมาจับสลาก 200 คน

มีเด็กมาจับสลาก 600 คน (รับ 300 คน)

Case 3 วันเสาร์ เป็นเด็กกรุงทอม

ปกติออกจากบ้านเวลา 06.30 น.

ใช้วันเสาร์มีขบวนรถที่ 07.30 น.

ติดเงิน 10 บาท

น้องเห็น 100 บาท แล้ว!

ปกติไปทำงานทุกวันคือ วันเสาร์ หยุด

ถ้าจะไปโรงเรียน เพราะมีโถง 8 ใน 10 ที่จับเงินจะเป็น

หรือสิบ !!! (ตาม Weather forecast)

ความน่าจะเป็น =  $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$  = จำนวนคนที่รับ / จำนวนคนที่มา  
 $= \frac{3}{5} \rightarrow$  สลากได้ เงิน 3 ใน 5

ความน่าจะเป็น =  $\frac{300}{600} = \frac{1}{2}$  = เงินที่จับได้ / เงินทั้งหมด  
 คือ  $\frac{1}{2} = \frac{2.5}{5}$

จำนวนที่  $\frac{3}{5} > \frac{2.5}{5}$  เมื่อคิดเป็นเศษส่วน  
 ได้  $\frac{6}{10} > \frac{5}{10}$

ลูกสาว มีสิทธิ์จับสลากได้ มากกว่าลูกชาย

$\rightarrow$  เลือกใน ความน่าจะเป็น \*\*\* ลูกสาว จะจับสลากได้ ในกรณีที่ถูกรางวัล

Case 4 วันเสาร์ มีเด็กโรงเรียนนี้มาเรียนพิเศษ

บ้านแม่ค้า เลขมาทบทวนกับลูกสาว

แต่ได้เงินมากกว่า วันเสาร์ที่จับได้ มีคนมาจับสลาก 200 คน

ใช้บัตรเงินฉบับนี้จำนวนรวม 10 นิ้ว 8 นิ้ว 0800 - 1600

$\rightarrow$  ถ้า ถ้า น้อยกว่าหนึ่ง น้อยกว่าคือไร?

$\rightarrow$  ถ้า เป็นบ้านแม่ค้า มีคนมาจับสลากกับวันเสาร์ เมื่อเงิน 150 - 200 คน

$\rightarrow$  เลขไม่ชัดแจ้ง เช่น เลข 180 - 200 คนได้เลข

$\rightarrow$  การงมงาย 7 ส่วน



คือ everything is possible  
 ตามที่ Beelzebub บอกไว้ว่า  
 "Nothing is impossible"

CASE 5

ชัย ขึ้นรถปลูก แก้วมังกร ควบไส้รูปทรงกลม ควบสีเหลืองเข้มๆสด หัวในเนื้อเป็นสีขาว มีเมล็ดเหมือนเมล็ดแมงลัก ยาวโตกัไม่ฝ่อ

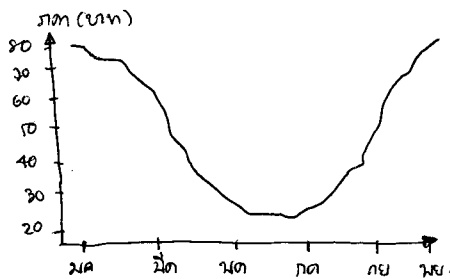
แก้วมังกรมีคุณภาพ 80 บาท/กก.

พอชัยขึ้นรถปลูกแก้วมังกร มันล้มขาดตากเนืองเนือง กก.ละ 15-25 บาท เท่านั้น

จะเห็นได้ชัด ๆ ทั้ ชัย ขายแก้วมังกร ดีต่อต่อ 1659 เพราะอะไร?

1. ใช้ ทรายที่เอา รูปแบบพวงเงิน / ลอ ของรถ

ส่งผลต่อที่ ราคาแก้วมังกร ต่ำมากจน ทุล เป็นข้อนี้



ตามท่ ทำไม่ขาย ทรายจากจิ้งจอกขุด  
คือช่องเสียน เม.ย. → ส.ค. ราคาลงต่ำ ตกมาก ๆ  
นอกจากคุณภาพของผล เป็นฤดูฝน ฝนตกชุกมีน้ำเหลือ  
แก้วมังกรชอบน้ำ เมื่อฝนตก ควบดีต่อต่อจนมาก  
ทำให้ใช้ปริมาณในตารางมีมาก ( demand ↓ supply ↑ )

เมื่อราคาขึ้นไปตาม เส้นอุปสงค์/อุปทาน

ทำน้ำ → สินค้ามีมาก → ราคาลง

สินค้ามีน้อย → ราคามากขึ้น เป็นธรรมดา ↓

2. จากคนที่จวนต้น

- ถ้ามือเป็นชัย และวันนี้ เป็นวันที่ 1 กุมภาพันธ์ เป็นมือ มือจะปลูกในสวน  
พื้นที่ มีไม้ ปลูกแน่นอน เพราะพบขี้ป นุ่มนี้ ราคาตกหนัก ทำอะไรดี (หาทุน)
- เช่นกัน ถ้าวันนี้เป็นวันที่ 15 ก.ค. เป็นมือ มือจะทำอะไร  
พื้นที่ มีปลูกแน่นอนเลย เพราะเริ่มเห็นฤดูฝน เริ่มมีไม้ตก-จ.แล้ว  
→ น้ำน้อย → ผลผลิตของฤดูต่อมาจะน้อย → ปลูกอีกที

คิดต่อ ถ้าจวนต้นๆ นี้ น่าจะซื้อไม้มือ ๆ ตามคนที่ ภาวการณ์เป็นได้แล้ว

CASE 6 เพราะต้องมาซื้อรถเก๋งตัวใหม่ ใช้น้ำมันดีเซล มีผลผลิต (เพราะเมื่อรถเก๋งตัวใหม่?)

พอดีใช้ไป ≈ 2 ท่อบาท 500 ต่อหัวตู้-ชั่วโมง 7 ชั่วโมง

ตาม อัตราค่าใช้เชื้อเพลิง ที่จ่ายด้วย

เพราะ ถ้าเป็นรถคันนี้ (Good standard) จะต้องมีคุณสมบัติมาตรฐาน มีผลผลิต และทนทานกว่ารถเก๋งจากโรงงาน

ถึงมีราคาถูก \* ใช้งานคุ้มต่อชั่วโมงใช้ที่ ตามค่าใช้เชื้อเพลิงที่มีปัญหาจาก ภัยธรรมชาติ ≈ 0.00001

$$\text{มูลค่าของรถ} \left( \frac{\text{รถที่แพง} - \text{รถที่ผลิตทั้งหมด}}{\text{ในระยะเวลาใช้} 7 \text{ เช่น } 2009 \text{ เป็นต้น}} \right) = \frac{1 \text{ คัน}}{10,000 \text{ คัน}}$$

นั่นคือ ในรถที่ผลิตแล้ว 10,000 คัน อาจมีรถที่แพง ไม่สมบูรณ์เหลืออยู่ 1 คัน

\* คือ 1 คันนั้น เป็นคันที่แพงๆ ซื้อไปพอดี

ดังนั้นไม่รีบที่ ซื้อ ก็ไม่รู้ว่าอะไรจะไร แล้วแล้ว

ในนักธุรกิจที่หาซื้อบ้านเช่ามาขายเป็นอสังหาริมทรัพย์ ช่วงปี 2 ปีที่ 3 ต้องมีงบเงินสำรอง (เผื่อขาด)

โดยซื้ออสังหาริมทรัพย์ C-130H ของผู้เงิน 601 ไร่ 6 ไร่ 6 ไร่ โดยนักธุรกิจที่หาซื้อบ้านเช่ามาขายเป็นอสังหาริมทรัพย์ จะแบกรับค่าใช้จ่ายหนี้ และมีส่วนช่วย

ประเด็นคือ นักธุรกิจที่หาซื้อบ้านเช่ามาขายเป็นอสังหาริมทรัพย์ จะต้องมีงบเงินสำรอง ที่หนัก ≈ 20 kg. ใช้บนนิ้ว และจากสถิติที่ได้อีก

ตามค่าใช้เชื้อเพลิงที่ร่วมแล้ว จะไม่แพง = 0.000005 คือ 5 ชั่วโมงใน 100,000 ชั่วโมง (จริงๆ เทียบเป็น 0.5 ใน 1 ชั่วโมง)

เมื่อค่าต่างๆ ทั้ จากสถิติ 20,000 ชั่วโมง 1 ชั่วโมง ที่ร่วมแล้วไม่แพง คือ นักธุรกิจที่หาซื้อบ้านเช่ามาขายเป็นอสังหาริมทรัพย์ จะต้องมีงบเงินสำรองที่หนัก

อีกไม่เกิน 2 ไร่ที่



4 ไร่ที่ ร่วมแล้วไม่แพง

มีเวลาอีก 2 ไร่ที่ ที่ต้องตัดสินใจ ถึงร่วมช่วย

หาก 2 ไร่ที่นี้ ไม่ร่วมช่วย ความสูงที่เพิ่มจะไม่เพียงพอที่จะทำให้ร่วมช่วยทางได้สมบูรณ์ และ คือ จะต้องมีงบเงินสำรอง 4 ไร่ที่

ที่จะตกถึงมือในสมการของ (นิยามของงบเงินสำรองมาแต่ตัวเองด้วย)

ช่วยกันรณรงค์

การเมืองภาค โดยกรมของรัฐ 2 โทลกร ดีวี่

1. โทลกร กิจจัดถูกเข้าขวงสวย เพื่อลดมลพิษทางอากาศไว้ 100000

แนวคิดต่างๆ -> สมมุติฐานจากกรมควบคุมมลพิษ 10

-> ถ้าไม่ทำอะไรเลย ความน่าจะเป็นที่ทุกปี จะมีคนป่วยเพราะโรคไว้ 100000 = 0.7

หมายเหตุ: กนเดือนต้นทั่วไปแบบชุกทำจำนวน 10 คน อาจป่วยด้วยไว้ 100000 7 คน

ทำให้  $\frac{7}{10} = 0.7$

-> แต่ถ้าทำจัดถูกเข้าขวงสวย -> ขวงสวยลดลง -> ขวงก็ลดน้อยลง -> คนป่วยน้อยลง

∴ ความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ป่วยไว้ 100000 ≈ 0.3 หรือ ≈ 0.4

ซึ่ง 0.3 < 0.7 ข่งมเป็นผลดี แทน

- ข่งมน้อยลง
- ตายน้อยลง
- ปั่นเงินค่ารักษา
- ไม่เสียสุขภาพ, ไม่เสียเวลา
- ข่งมลดความความน่าจะเป็นไปข่งมผู้ป่วยอีกเช่นเดิม

2. โทลกร ป่าวิฤตเข้า ก็เช่นกัน

ก็ช่วยกันรณรงค์เข้า แล้ว ความน่าจะเป็นที่... จะยังคงคงอยู่ ก็ยังมีขึ้น

- แนวทางที่... จะเสียเงิน ก็ลดลง
- สามารถเข้าหากรมควบคุมมลพิษ ก็เพิ่มอีก

๑๒๑

น้องๆ ลองใช้กรรมเท่าใจสักครั้ง อธิบายเพิ่มเติมตามระดับ

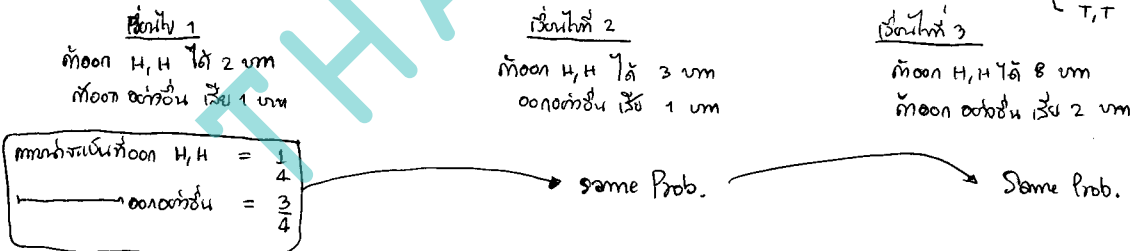
2.4 ความน่าจะเป็น กับบทตั้งเงินได้

เราอาจศึกษา คำว่า "ค่าคาดหมาย" ซึ่ง ค่าคาดหมาย = (ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์) x (ผลตอบแทนของเหตุการณ์)

โดย ผลตอบแทนของเหตุการณ์ อาจเป็น < ผลได้ (+) หรือ ผลเสีย (-) ก็ได้

แนวคิดเกี่ยวกับบทตั้งเงินได้ Classic อันเนื่องมาจากเงินรับข่งมที่ขึ้น โดยเงิน 2 แบริ่งย events ที่ขึ้นมาคือ

- H, H
- H, T
- T, H
- T, T



ค่าคาดหมาย = (ผลตอบแทน x Prob แบบ H, H) + (ผลตอบแทนที่เสีย x Prob ที่ไม่ใช่ H, H)

$$= (2 \times \frac{1}{4}) + (-1 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-1}{4}$$

คำตอบ: ข่งมมีโทลกรเสียมากกว่าได้

same logical

$$= (3 \times \frac{1}{4}) + (-1 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

โทลกรข่งม ๆ ไม่ได้ มากกว่าเสีย

Same logical

$$= (8 \times \frac{1}{16}) + (-2 \times \frac{8}{16})$$

$$= \frac{8}{16} - \frac{16}{16} = \frac{-8}{16} = \frac{-1}{2}$$

\* อย่างมีข่งมได้เงิน (+) มีโทลกรเสีย มากกว่าเสีย

บททอม

ทอมหรืออันริบซี สำหรับฝึกเรื่องเทคโนโลยีใหม่ ผลิตประสิทธิภาพ

ในหน่วย 64 มีข้อสรุปที่หัวใจ 2 ข้อ คือ

- 1) ในทอมเล่นเงินแท้ๆ ก็ยังไม่เงิน เรายังไม่ยอม เราจะต้องเชื่อ เทาเทวแล้ว เริ่มเงินแท้ๆ  
จึงต้องมีทอมที่เห็นคุณค่าของเทคโนโลยีนั้น มาเป็นเงาหรือรับเงินผู้ลงทุน
- 2) แต่สำหรับบทของแท้ เทา, ผู้ซื้อ, ต้องจ่ายเงินก่อน เราถูกเสนอว่า ถ้าไม่ผู้ซื้อ อินที่จ่ายไปนี้ ไม่ได้ที่นี้อยู่กับเราจนกระทั่งถูกขายหรือไม่ได้ถูกขาย  
จึงไม่ถูกขายถ้าหากใน ตลาดของเทคโนโลยีที่ผู้ซื้อได้รับ แต่เงินที่ขายในสิ่งที่ซื้อราคา มาเปรียบเทียบกับค่าตลาดของผู้ซื้อที่จ่ายได้จริงที่ ได้เขียนเอาไว้

ทอมที่ ทำไม่ คนขายบทของ จึงได้กำไร ทุกข้อ ( ถ้าขายบททุกข้อด้วยนะจ๊ะ ) ขายใบละ 100 จ่ายรางวัลมูลค่า 2,500 บาท

เพราะ 1) จากบทที่เล่น ค่าทอมขาย (ซึ่งเขาต้องเก็บเงินเป็นบาท) =  $( \text{ผลตอบแทน} \times \text{Prob ที่จะได้} ) +$   
( + ) ( ผลตอบแทนที่จะไม่ถูก )  
( + ) ( Prob ที่จะไม่เกิด )  
( + ) ( ผลตอบแทน )

$$\begin{aligned} \text{ค่าทอมขาย} &= \left( 2,500 \times \frac{1}{100} \right) + \left( 0 \times \frac{99}{100} \right) \\ &= 25 \end{aligned}$$

$\frac{1}{100}$  ← โททอมที่ได้เงิน 2,500  
 $\frac{99}{100}$  ← โททอมที่จะไม่ถูกรางวัล  
 $\frac{99}{100}$  ← โททอมที่จะไม่เกิด  
 $\frac{1}{100}$  ← โททอมที่ได้เงิน 2,500  
 $\frac{99}{100}$  ← โททอมที่จะไม่เกิด

นั่นคือ จ่ายเงินไป 100 บาท มีโอกาสได้เงินแค่ 25 บาท  
ซึ่งเปรียบเทียบกับ 75 บาท

2) ถ้าน้องชิ่งง อยู่ ดัดอย่าง 7 เลขสิบ

▷ มีค่าเบอ์เลขของใบละ 100 บาท ตั้งแต่เลข 00 ถึง 99  
รางวัลคือของที่มีมูลค่า 2,500 บาท แล้ว

▷ น้องอยากได้รางวัล เลขคือว่า ทำยังไง จะถูกรางวัลแน่ๆ น้องจึงอยากมีเลขที่แน่นอน  
เพราะถ้าน้องซื้อ มันทุกเลข ตั้งแต่ 00 ถึง 99 ซึ่งนี่ น้องก็ซื้อถูกรางวัล

▷ อ้อ น้องต้องลงทุน  $100 \times 100 = 10,000$  บาท ถูกรางวัลแน่นอน  
พอออก เป็นหมายเลข ( สมมุติว่า ) 27 น้องก็ 10! ถูกรางวัลได้ใบสิบ  
มารับเงินจากนี้ เนื่องบทของดีเส้นจากพี่ มูลค่า 2,500 บาท

\*▷ แต่พอน้องเริ่มมีสติ ดัดได้ น้องก็รู้ลึกซึ้งว่า

\*\* น้องลงทุนไป 10,000 ได้แค่แค่ 2,500 น้องก็ลงทุนไปตั้ง  $10,000 - 2,500 = 7,500$  บาท

\*\* แต่ถ้าพี่ลงทุนซื้อไป 2,500 บาท ได้มาจากน้องตั้ง 10,000 บาท  
พี่ก็กำไร 7,500 บาท

งานนี้ พี่ยังมี ^^ ส่วนน้อง พี่ก็ตกตาละล้า T\_T

ที่นี้ จะบอกแม่ให้เลิกซื้อบทของได้เรื่องจ้ดดับ ซึ่งจะเปลี่ยนทัศนคติ จะเป็นผู้ซื้อ ( Buyer ) เป็น Seller ( ผู้ขาย )  
ก็จะดีจ้ดนั้นละสิ ครี ครี



1) ถ้าซื้อหน่วยของ 2 หน่วยละ 200 บาท ราวแล้วคือเงิน 2,500 บาท

$$\text{ค่าตอบแทน} = (2,500 \times \frac{1}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) = 50$$

โหลมี 2 ใน 100

ซึ่ง ค่าตอบแทน - เงินที่ลงทุน =  $50 - 200 = -150$  บาท นี่คือเงินที่โหลมี 2 ใน 100

\* Point คือ ทำให้ ค่าตอบแทน - เงินลงทุน ได้ผลลัพธ์ เช่น จุดเด่น (+) ขึ้นและขึ้นหรือขึ้นได้ขึ้นที่ไร

2) ถ้าพบสลากเงินมอบละ 50 บาท ราวแล้วคือเงิน 2,500 บาท แล้ว ผู้ที่ซื้อไว้หรือไม่? [ ซื้อใบละ 50 บาท ]

$$\text{ค่าตอบแทน} = (2,500 \times \frac{1}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) = 25$$

ซื้อ 1 ใบ โหลมี 1 ใน 100

ซึ่ง ค่าตอบแทน - เงินลงทุน =  $25 - 50 = -25$  บาท

นี่คือเงินที่โหลมี 1 ใน 100

3) ถ้าพบสลากเงินมอบละ 100 บาท ราวแล้วคือเงิน 5,000 บาท แล้ว คนที่ซื้อไว้หรือไม่

$$\text{ค่าตอบแทน} = (5,000 \times \frac{1}{100}) + (0 \times \frac{99}{100}) = 50$$

ซึ่ง ค่าตอบแทน - เงินลงทุน =  $50 - 100 = -50$  บาท คนขายยังกำไร  
เรา, คนซื้อ, ช่างลงทุน

\* อยากรู้ที่ พบสลาก 100 บาท ราวแล้วคือเงิน 10,000 บาท

ทราบนั้น คนขายยังกำไร คนซื้อยังขาดทุน

\*\* บอกแล้วให้เลิกเล่นหวยออกรางวัล 100 บาท

ข้อ 65

โยนลูกเต๋าสองลูก

1. งานทาสี มีนักอสังหาริมทรัพย์ 8 คน แบ่งไว้เงินสำหรับรางวัลและค่าจ้าง

นักอสังหาริมทรัพย์ → จ่ายเงินซื้อตั๋ว (ต่อคนละ 10 บาท)

→ นักอสังหาริมทรัพย์ 3 คนได้รางวัล 20 บาท

โดย นักอสังหาริมทรัพย์ 1 คน ไม่สามารถเข้า

1) ความน่าจะเป็นที่ นักอสังหาริมทรัพย์ 3 คนได้รางวัล =  $\frac{\text{เลขคนที่ได้รางวัล 3 คน}}{\text{เลขคนที่ซื้อตั๋วทั้งหมด}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

กล่าวคือ โหลมีรางวัล =  $\frac{1}{4}$

2) ความน่าจะเป็นที่จะไม่ถูกรางวัล =  $\frac{\text{เลขคนที่ไม่ได้รางวัล 3 คน}}{\text{เลขคนที่ซื้อตั๋วทั้งหมด}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

นี่คือ นักอสังหาริมทรัพย์ 2 คนได้รางวัล 1 คนได้รางวัล  $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 1$  ขึ้น

3) ค่าตอบแทนที่นักอสังหาริมทรัพย์ได้ =  $(\text{เงินรางวัล} \times \text{Prob ที่จะได้เงิน}) + (\text{ค่าเสีย} \times \text{Prob ที่จะไม่ได้อะไร})$

$$= (20 \times \frac{1}{4}) + (-10 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{20}{4} - \frac{30}{4} = \frac{-10}{4} \rightarrow \text{ขาด}$$

ซึ่ง ค่าตอบแทน - เงินลงทุน =  $-\frac{10}{4} - 10 = -\frac{50}{4}$  บาท นี่คือ นักอสังหาริมทรัพย์ 1 คนได้รางวัล 1 คนได้รางวัล 1 คนได้รางวัล

4) ถ้าขอมองนักอสังหาริมทรัพย์ 2 คน โหลมีรางวัล 1 ใบ

เราต้องมองเหตุการณ์ใหม่ โดย all events = (1, 1) (1, 2) ... (1, 7), (1, 8)

(2, 1) (2, 2) ... (2, 7), (2, 8)  
...  
(8, 1) (8, 2) ... (8, 7), (8, 8)

รวมทั้งหมด 64 เหตุการณ์

\* ปกติได้ 3 และเลข 6 → คูณด้วยที่มีเลข 2 ตัวนี้ด้วย

ซึ่งจาก 64 เหตุการณ์นี้ มีอยู่เพียง 20 เหตุการณ์ คือ (1,3) (2,3) (3,3) (4,3) (5,3) (6,3) = 6 events  
 (3,1) (3,2) (3,4) (3,5) (3,6) (3,7) (3,8) = 7 events  
 (6,1) (6,2) (6,4) (6,5) (6,6) (6,7) (6,8) = 7 events.  
 = 20 events.

∴ ความน่าจะเป็นที่จะถูกรางวัล =  $\frac{20}{64}$

ความน่าจะเป็นที่จะไม่ถูกรางวัล =  $\frac{44}{64}$

∴ ค่าคาดหมาย = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่คาดว่าจะได้) + (เงินที่เสีย × Prob ที่คาดว่าจะไม่ได้)

=  $(20 \times \frac{20}{64}) + (-10 \times \frac{44}{64})$

=  $\frac{400}{64} - \frac{440}{64} = \frac{-40}{64} \rightarrow$  ค่าเฉลี่ย =  $(-\frac{5}{8})$

∴ แก้วตาซึ่งมีโอกาสที่จะเสียมากกว่าจะได้ เช่นเคย

พอมองกลับกัน ดูที่ความน่าจะเป็นที่จะมีรางวัล \*

ค่าคาดหมาย  $\frac{1}{3}$  = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่จะไม่ออกเลข 3 และ 6) + (เงินที่คาดว่าจะเสีย × Prob ที่ออกเลข 3 และ 6)

=  $(10 \times \frac{44}{64}) + (-20 \times \frac{20}{64})$

=  $\frac{440}{64} - \frac{400}{64} = \frac{40}{64}$  เป็น (+)

แสดงว่า ค่าคาดหมายเป็นบวกบ่งชี้ว่า จะได้รับโอกาสได้มากกว่าเสีย มีตัวเลข \*

(หน้า 66) ข้อ 2. ผลการสุ่มก่อนการซื้อ

ความน่าจะเป็นที่จะได้งาน = 0.6 กำไร ~ 300,000 บาท

ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้งาน = 0.4 และเสียเงิน 200,000 บาท เป็นค่าใช้จ่ายในการซื้อของประมูล  
 (เงินที่ได้คือ: ปกติเสีย: ทั่วไป แต่ซื้อของต้องเสียเงินด้วย?)

ค่าคาดหมาย จึง = (เงินที่คาดว่าจะได้ × Prob ที่คาดว่าจะได้) + (เงินที่คาดว่าจะเสีย × Prob ที่คาดว่าจะเสีย)

=  $(300,000 \times 0.6) + (-200,000 \times 0.4)$

=  $180,000 - 80,000$

=  $100,000 \rightarrow$  เป็น (+) เป็นผลบวกที่คาดหวัง

ถ้าดูจากสมการแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้งาน > ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้อะไร

รวมทั้ง ผลตอบแทนที่ได้งาน > ผลเสียที่ไม่ได้งาน

∴ เก็บร่วมประมูลเลยดีกว่า โอกาสชนะ มีสูงมาก \*

สลาก กิน (ไม่ต่อ) แบ่งของรัฐบาล

รัฐบาลทยอยออก ที่มียกเลิก 000000 ถึง 999999 รวม 1,000,000 หมายเลข ต่อ 1 ชุด (ซึ่งมี นอร์มัล กบทย่อย รวมนี้ไว้  
เป็นสิบเลขชุด เพื่อลดขนาดของเลขที่ออกได้ 10000 ชุดๆ หนึ่งๆ ที่ไม่ )

ยกขบวนรางวัลเมื่อออกแล้ว ก็ มี 1sted อยู่ในหน้า 67 นี้ระดับ

รวม สลาก 1 ชุด มี 14,168 รางวัล เป็นเงิน 23,000,000 บาท ( 1 ใบ มี 2 ฉบับ )

note: ถ้ารัฐทยอยออกทันทีในงวด 80 บาท รวม 1,000,000 ใบ รัฐได้เงิน 80,000,000 แต่จ่ายรางวัลแค่ 46,000,000

∴ ยอดของรัฐได้กำไร =  $(80 - 46) \times 10^6 = 34 \times 10^6 = 34$  ล้านบาท

1 เดือน มี 2 งวด

1 ปี มี 24 งวด → ใน 24 งวด รัฐได้กำไร  $24 \times 34 \times 10^6 = 816 \times 10^6$   
= 816 ล้านบาท

แน่นอนว่า หากกินกับกรรมสิทธิ์ของประชาชนไม่รวยก็ให้มันไปฟรีๆ ค่ะ ค่ะ

แถม รัฐ มี ภารกิจที่ เก่งเรื่อง สก๊อต (คงพูดแล้ว) ทงวัน ตกลงจบนัน 9.99 คิดออกคือ ใช้งบ งบนี้ไปก็ทำไรทุกงวดนะด้วย

ทั้งนั้นคนซื้อขบ จบแค่ป.4 คิดไม่ทัน นักคิดเกษียณแล้ว เริ่มมีเวลา:

จากข้อมูลข้างต้น จงหาความถี่ในตาราง

note: ค่าคาดหมาย =  $\underbrace{(ค่าเฉลี่ย \times ความน่าจะเป็น)}_{\text{เทอมแรก (1st term)}} + \underbrace{(ค่าเฉลี่ย \times ความน่าจะเป็น)}_{\text{เทอมที่สอง (2nd term)}}$

เลขที่รางวัล	จำนวนรางวัล (บาท)	ความน่าจะเป็น	ค่าเฉลี่ย x ความน่าจะเป็น (Term แรก ของสมการค่าคาดหมาย)
ถูกละท้าย 2 ตัว	1,000	$\frac{10,000}{1,000,000}$ (เลข 1,000,000 ตัว ) จะถูกละท้าย 2 ตัว แค่ 10,000 ตัว	$1,000 \times \frac{10,000}{1,000,000} = 1,000 \times \frac{1}{100} = 10$
ถูกละท้าย 3 ตัว	2,000	$\frac{4,000}{1,000,000} = \frac{4}{1,000}$	$2,000 \times \frac{4}{1,000} = 8$
ถูกรางวัลที่ 1 หรือ รางวัลที่ 2	50,000	$\frac{2}{1,000,000}$ (เช่น <u>ซื้อในล้าน</u> ) (โททนี่ออกมาๆ)	$50,000 \times \frac{2}{1,000,000} = \frac{1}{10} = 0.02$
ถูกรางวัลที่ 5	10,000	$\frac{10}{1,000,000} = \frac{1}{100,000}$	$10,000 \times \frac{1}{100,000} = 1$
ถูกรางวัลที่ 4	20,000	$\frac{20}{1,000,000} = \frac{1}{50,000}$	$20,000 \times \frac{1}{50,000} = 1$
ถูกรางวัลที่ 3	40,000	$\frac{40}{1,000,000} = \frac{1}{25,000}$	$40,000 \times \frac{1}{25,000} = 1.6$
ถูกรางวัลที่ 2	100,000	$\frac{100}{1,000,000} = \frac{1}{10,000}$	$100,000 \times \frac{1}{10,000} = 10$
ถูกรางวัลที่ 1	2,000,000	$\frac{1}{1,000,000}$ * โททนี่ถูก มีคนที่ซื้อ ซื้อหนึ่งในล้าน	$2,000,000 \times \frac{1}{1,000,000} = 2$
ไม่ถูกรางวัลเลย	0	$\frac{1,000,000 - 14,168}{1,000,000} = \frac{985,832}{1,000,000}$	$0 \times \frac{985,832}{1,000,000} = 0 = 0$

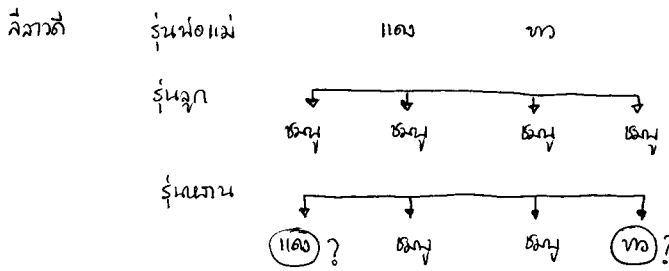
นี่มันขบบ้านนี่ไปตลอดแล้วกัน ค่ะ ค่ะ ค่าคาดหมาย (ค่าคาดหมาย) ของสลาก 1 ฉบับ แล้วถูกรางวัลต่างๆ มันก็เป็นอย่างไร

ลีลาวดี ลูกผสม

นักพันธุศาสตร์ที่เรารู้จักกับ Gregor Johann Mendel : AD 1822 - 1884

ผู้ก่อตั้ง & ต้นแบบทฤษฎีของเมนเดล ส่วนที่เราได้เรียนไว้คือทฤษฎีไปแล้ว นั่นเอง

กล่าวคือ หากนำลูกผสมของลีลาวดี แล้ว



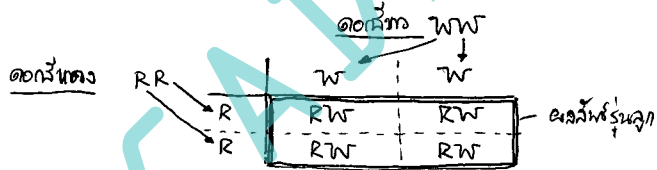
แต่ทำไมจึงเป็นแบบนี้ ?

ตามหลักอยู่ที่ตำแหน่งพันธุกรรม เมื่อ Gene สับ กล่าวคือ

สีดอกไม้	Gene
11แดง	RR
1ชมพู	RW
1ขาว	WW

CR = Red  
W = White } Red + White = RW  
ให้สีชมพูนั่นเอง

ที่รวม chart อธิบายได้ด้วย ๆ ที่

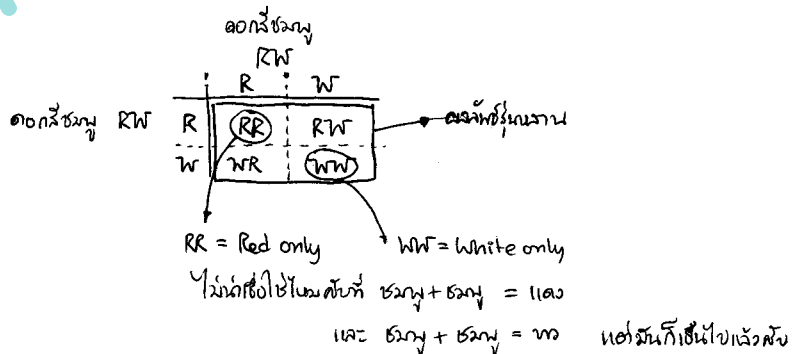


เมื่อเวลาขยายสีออกมาแล้ว

1. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลีลาวดีออกสีชมพูรุ่นลูก =  $\frac{\text{เหตุการณ์ที่จะได้ลูกสีชมพู}}{\text{เหตุการณ์ทั้งหมด}} = \frac{4}{4} = 1$   
 ∴ ผสมพ่อแม่สีทาบกับแดง ได้ลูกสีชมพู 100%

2. ∴ Prob ที่จะได้ดอกสีขาวรุ่นลูกสี 11แดง หรือสีทาบ =  $\frac{0}{4} = 0$

3. เมื่อผสมพ่อแม่ผสมสีชมพูในรุ่นลูก จะได้รุ่นหลาน



4. Prob ที่จะได้ดอกสีขาวสีชมพูในรุ่นหลาน =  $\frac{\text{RW และ WR รวม 2 events}}{\text{เหตุการณ์ทั้งหมด รวม 4 events}} = \frac{2}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)$

5. Prob ที่จะได้ดอกสีแดง หรือดอกสีขาวในรุ่นหลาน =  $\frac{\text{RR หรือ WW รวม 2 events}}{\text{all events = 4 events}} = \frac{2}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)$  100%

ทั้งนี้) ขอบใจจริงๆ ฝึกทำแบบฝึกหัดนี้บ่อยๆ ก็จะทำให้ข้อสอบได้สบาย

จบบทที่ 2

21 JAN 09, 19.35 LT.